

И. Н. Николаев А. И. Маймистов

ФИЗИКА ТВЕРДОГО
ТЕЛА.
СБОРНИК ЗАДАЧ

Москва 2008

Министерство образования и науки Российской Федерации

Московский инженерно-физический институт
(государственный университет)

И.Н. Николаев А.И. Маймистов

**ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА.
СБОРНИК ЗАДАЧ**

3-е издание, с изменениями

Москва 2008

УДК 531.9

М14

Николаев И.Н., Маймистов А.И. «Физика твердого тела». Сборник задач. 3-е изд., с измен. М.: МИФИ, 2008. 60 с.

В сборнике представлены задачи различного уровня сложности. Часть их используется на занятиях по курсу «Физика твердого тела» и использовалась для домашнего задания (самостоятельного решения) студентам четвертого курса факультета ЭТФ. Однако, сборник может быть использован кроме студентов аспирантами, соискателями и сотрудниками МИФИ, желающими приобрести навыки решения задач из данной области физики.

ISBN 5-7262-0089-6

© *Московский инженерно-физический институт, 1990*

© *И.Н. Николаев,
А.И. Маймистов, 2008*

© *Московский инженерно-физический институт
(государственный
университет), 2008*

Содержание

Предисловие	5
1 Основы кристаллографии	6
2 Дефекты и диффузия	9
3 Упругие свойства	11
4 Квазичастицы в твердых телах	12
5 Тепловые свойства	15
6 Электронные свойства	19
7 Оптические свойства	31
8 Магнитные свойства	32
9 Сверхпроводимость	35
10 Резонансные явления	37
11 Кооперативные явления в твердых телах	38
Ответы к некоторым задачам	41
Список литературы	52
Приложение	59
Периодическая таблица элементов	61

Предисловие

На протяжении последних пятнадцати лет занятия на семинарах по курсу «Физика твердого тела» опирались на решение задач, взятых из сборников [1-5]. Однако изданы они были очень давно, малым тиражом и в настоящее время практически недоступны для студентов. Кроме того, каждый из этих задачников посвящен определенному кругу разделов физики твердого тела, отражая профессиональные интересы их авторов. Таким образом, возникла потребность в издании сборника задач, в котором в одном месте были бы представлены различные разделы физики твердого тела, доступного каждому студенту МИФИ, специализирующемуся в этой области.

При составлении предлагаемого сборника в качестве основы использованы упомянутые сборники задач [1-3], дополнительно взяты задачи из изданий [6-13] и упражнения, рекомендуемые авторами книг [14, 15]. Некоторые задачи предложены авторами данного пособия. При решении задач из настоящего сборника полезно пользоваться списком использованной литературы, где для каждого раздела указаны рекомендуемые книги.

Предшествующие два издания использовались на занятиях по физике твердого тела и для составления домашнего задания для студентов, обучающихся на кафедре физика твердого тела.

Мы будем благодарны всем, кто выскажет критические замечания относительно содержания, формы и возможных ошибок или опечаток.

1 Основы кристаллографии

- 1.1. Определить число атомов в элементарной ячейке железа, кристаллизующегося в кубической системе.
- 1.2. Определить плотность сплава FeCr, кристаллизующегося в ОЦК структуру с параметром решетки $a = 2,875\text{\AA}$.
- 1.3. ОЦК решетка состоит из атомов одного сорта, имеющих радиусы R . Пусть атомы, расположенные по диагонали куба, касаются друг друга. Определить плотность упаковки этой структуры.
- 1.4. Определить плотность упаковки ПК, ОЦК, ГЦК и ГПУ решеток и решетки типа алмаза, считая атомы равновеликими шарами, касающимися друг друга.
- 1.5. Определить координационные числа и радиусы первой координационной сферы для решеток: простой кубической, ОЦК, ГЦК, ГПУ, типа алмаза.
- 1.6. Определить радиус атомов, которые могут быть размещены в октаэдрических пустотах при плотной упаковке равновеликих шаров радиусом R .
- 1.7. Найти индексы Миллера плоскости, проходящей через узловые точки кристаллической решетки и отсекающей на осях кристалла отрезки длиной 22\AA , 28\AA и 19\AA , если параметры решетки составляют: $a = 2,75\text{\AA}$, $b = 2,80\text{\AA}$, $c = 4,75\text{\AA}$.
- 1.8. Построить кристаллическую плоскость простой кубической решетке с постоянной a , которой соответствуют индексы Миллера (310) , и найти расстояние между плоскостями этого типа.
- 1.9. Показать, что кристаллическая решетка может иметь оси поворота лишь первого, второго, третьего, четвертого и шестого порядков.
- 1.10. Доказать, что в кубическом кристалле любое направление $[hkl]$ перпендикулярно к плоскости с индексами Миллера (hkl) .
- 1.11. С помощью непосредственного построения убедиться, что решетка, обратная ГЦК, является ОЦК решеткой.
- 1.12. Определить, какой вид имеет обратная решетка для: простой кубической, гранецентрированной, объемно центрированной, гексагональной решеток и решетки типа алмаза.

- 1.13.** Выразить объемы элементарных ячеек через радиусы R равновеликих шаров (атомов), образующих плотные упаковки для: ОЦК, ГЦК и гексагональной решеток.
- 1.14.** Показать, что отношение c/a для идеальной гексагональной структуры с плотной упаковкой равно 1,633.
- 1.15.** Вычислить объем элементарной ячейки, если ее параметры и углы триклинности имеют следующие значения: $a = 11,13\text{Å}$, $b = 9,83\text{Å}$, $c = 8,17\text{Å}$, $\alpha = 94^\circ 9,5'$, $\beta = 95^\circ 40'$, $\gamma = 96^\circ 58'$.
- 1.16.** Получить формулы для вычисления объемов элементарных ячеек: моноклинной (а), гексагональной (б), ромбоэдрической (в) систем.
- 1.17.** Выразить углы между векторами обратной решетки через углы прямой решетки.
- 1.18.** Найти векторы обратной решетки для ромбоэдрического кристалла, если $a = 6,36\text{Å}$, $\alpha = 46^\circ 6'$.
- 1.19.** Для триклинной решетки с параметрами элементарной ячейки $a = 7,09\text{Å}$, $b = 7,72\text{Å}$, $c = 5,56\text{Å}$ и углами триклинности $\alpha = 90^\circ 55'$, $\beta = 101^\circ 2'$, $\gamma = 105^\circ 44'$ определить расстояние между плоскостями (102).
- 1.20.** Получить формулы для вычисления межплоскостных расстояний кристаллов: ромбической (а), гексагональной (б), тетрагональной (в), кубической (г) систем.
- 1.21.** Определить угол между плоскостями (201) и (310) в ромбическом кристалле с параметрами $a = 10,437\text{Å}$, $b = 12,845\text{Å}$, $c = 24,369\text{Å}$.
- 1.22.** В моноклинной решетке с параметрами: $a = 12,85\text{Å}$, $b = 8,07\text{Å}$, $c = 9,31\text{Å}$, $\alpha = 93^\circ 8'$ определить угол наклона к плоскости (102) прямой, проходящей через начало координат и точку с координатами (1, 0, 0).
- 1.23.** Вычислить угол между направлениями [101] и [012] ромбической решетки с параметрами: $a = 4,88\text{Å}$, $b = 6,66\text{Å}$, $c = 8,32\text{Å}$.
- 1.24.** Показать для случая простой кубической решетки, что формула Вульфа–Брэгга является следствием условий Лауэ.
- 1.25.** При съемке дебаеграммы серебра при температурах 18 и 630 °С дифракционная линия наблюдается при углах $80^\circ 9'$ и $76^\circ 54'$ соответственно. Вычислить коэффициент термического расширения серебра.

1.26. Оценить энергию нейтронов, с помощью которых можно исследовать магнитную структуру твердых тел. Каким способом можно получить монохроматический пучок нейтронов такой энергии из исследовательского атомного реактора?

1.27. Методом дифракции излучения необходимо определить кристаллическую структуру тонкой (около 300\AA) пленки вещества, напыленного на кристаллическую подложку. Какой пучок предпочтительней использовать для этой цели: рентгеновский, нейтронный или электронный? Обосновать сделанный вывод.

1.28. Какое максимальное число линий может появиться на рентгенограмме простой кубической решетки с постоянной $a = 2,86\text{\AA}$, если исследование ведется на кобальтовом излучении с длиной волны $\lambda = 1,789 \cdot 10^{-8}$ см?

1.29. Найти атомный формфактор для однородного распределения Z электронов внутри сферы радиусом R .

1.30. Появятся ли на рентгенограмме линии при отражении от плоскостей (200) и (101) ГЦК решетки?

1.31. Энергия взаимодействия атома с другими атомами кристалла аппроксимируется выражением:

$$u(r) = -\frac{\alpha}{r^2} + \frac{\beta}{r^{10}}$$

Межатомное расстояние в положении равновесия равно 3\AA , энергия связи атома в кристалле равна 4 эВ. Найти силу, стремящуюся вернуть атомы в положение равновесия при увеличении или уменьшении межатомного расстояния на 1%. Какое давление нужно приложить к кристаллу для достижения такой деформации?

1.32. Величина модуля всестороннего сжатия для NaCl составляет $B = 2,4 \cdot 10^{11}$ дин/см², а расстояние между ионами в положении равновесия равно $a = 2,82 \text{\AA}$. Пренебрегая температурной зависимостью величин, оценить параметры потенциала отталкивания, если энергия взаимодействия иона с другими ионами кристалла аппроксимируется выражением

$$u(r) = \beta \exp \frac{\gamma}{r} - \frac{\alpha e^2}{r},$$

где $\alpha = 1,7476$ — постоянная Маделунга.

1.33. Используя формулу Борна для энергии решетки ионного кристалла, вычислить теоретическую прочность на разрыв кристалла NaCl.

2 Дефекты и диффузия

2.1. В решетке из N узлов n атомов перемещены из узлов в междоузлия, при этом $1 \ll n \ll N$. Энергия, необходимая для перемещения одного атома, равна w . Подобные дефекты называются *дефектами внедрения* или *дефектами по Френкелю*. Покажите, что при температуре T , при которой $T \ll w/k_B$, справедливо соотношение

$$\frac{n^2}{(N-n)(N'-n)} = \exp(-w/k_B T)$$

где N' — число междоузельных положений, которые может занять атом.

2.2. Пусть n атомов перемещены из узлов кристалла на его поверхность. Энергия, необходимая для такого перемещения, равна w . Подобные дефекты называются *вакансиями* или *дефектами по Шоттки*. Покажите, что в равновесии имеет место соотношение

$$\frac{n}{N+n} = \exp(-w/k_B T), \quad n \ll N.$$

2.3. Найти отношение числа дефектов по Шоттки к числу дефектов по Френкелю при комнатной температуре, если энергия образования вакансии равна 0,75 эВ, а энергия образования дефекта внедрения 3 эВ.

2.4. Пусть энергия, необходимая для образования вакансии, равна 1 эВ. Вычислить вклад в теплоемкость одного моля металла при комнатной температуре, обусловленный присутствием этих дефектов.

2.5. Оценить величину коэффициента диффузии радиоактивного натрия в обычном натрии при комнатной температуре, если высота потенциального барьера, который надо преодолеть атому, чтобы перейти в новое положение равновесия, равна 0,5 эВ (частота колебаний атома около положения равновесия 10^{12} Гц).

2.6. Исследовать диффузию золота в свинце при температуре 160 °С. Наблюдения показали, что за 25 дней атомы золота проникают вглубь образца на 4,5 см. Определить величину коэффициента диффузии.

2.7. Вывести соотношение Эйнштейна $D = \mu k_B T / e$, связывающее коэффициент диффузии и подвижность μ .

2.8. В бесконечной одномерной периодической решетке (цепочке атомов) частица из узла с номером $n = 0$ совершает с вероятностью p скачок вправо или с вероятностью $q = 1 - p$ — скачок влево. Найти:

а) уравнение, определяющее вероятность обнаружения частицы в узле с номером n после N -го шага;

б) явное выражение для вероятности $P(n, N)$;

в) среднеквадратичное отклонение от начального положения после N шагов;

г) значение числа шагов N , отвечающее максимуму $P(n, N)$ при фиксированном номере узла в цепочке n .

2.9. Рассмотреть случайные блуждания по цепочке в континуальном пределе: $x = nd$, $t = \Delta t N$ (d — постоянная решетки). При малых Δt и d можно считать, что $N \gg 1$. Найти:

а) уравнение, определяющее распределение вероятностей обнаружения частицы в момент времени t в точке x ;

б) явное выражение для распределения вероятностей $P(x, t)$;

в) среднее значение величин $\langle x(t) \rangle$, $\langle x^2(t) \rangle$.

2.10. Определить коэффициент диффузии в моделях случайных блужданий, рассмотренных в предыдущих задачах.

2.11. Пусть частица совершает случайные блуждания по трехмерной кубической решетке с периодом a и ее начальное положение совпадает с нулевой точкой системы координат. Определить вероятность $P_N(\mathbf{r})$ обнаружения частицы в точке \mathbf{r} после N -го шага. Показать, что при $r = |\mathbf{r}|$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} P_N(\mathbf{r}) = \left(\frac{3}{2\pi N} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{3r^2}{2N} \right)$$

2.12. Рассмотреть случайное блуждание частицы в одномерной решетке в случае, когда в узлах $n = 0$ и $n = L$ находятся *ловушки*. Показать, что если движение начинается с узла n ($1 \geq n \geq L - 1$), то вероятность оказаться после N шагов в узле с номером m определяется решением уравнения

$$P(n, m, N + 1) = pP(n + 1, m, N) + qP(n - 1, m, N)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned}P(0, m, N) &= P(L, m, N) = 0, & N \geq 1, \\P(n, m, 0) &= 0, & n \neq m, \\P(n, n, 0) &= 1\end{aligned}$$

Найти явный вид этой вероятности.

2.13. Рассмотреть случайное блуждание частицы в одномерной решетке в случае, когда в узле $n = 0$ находится ловушка. Найти уравнение, определяющее вероятность оказаться после N шагов в ловушке, если движение начинается с узла $n \neq 0$.

2.14. Рассмотреть случайное блуждание частицы в одномерной решетке в случае, когда в узлах $n = 0$ и $n = L$ находятся отражающие границы. Найти уравнение для определения вероятности оказаться после N шагов в узле с номером m , если движение начиналось из узла с номером n ($1 \leq n \leq L - 1$).

2.15. В качестве одномерной модели *перколяции* можно рассмотреть цепочку узлов с периодом a и частицу, совершающую с вероятностью p скачок в соседний узел или с вероятностью $q = 1 - p$ остающуюся на месте. Повторные посещения узлов частице запрещены. За N шагов (после каждого шага частица либо остается на месте, либо перемещается в соседний узел) она окажется в узле с номером n . Требуется найти:

- вероятность $P(n, N)$ обнаружить частицу в узле n после N шагов;
- среднеквадратичное расстояние между начальным ($n = 0$) и конечным положением частицы после N шагов.

Сравнить эти величины с аналогичными, отвечающими случаю случайного блуждания на цепочке.

3 Упругие свойства

3.1. Кубический кристалл подвергнут растяжению в направлении $[100]$. Найти выражение для коэффициента Пуассона через упругие постоянные и модули упругости.

3.2. Кубический кристалл подвергнут гидростатическому сжатию. Показать, что модуль всестороннего сжатия $B = -V(\partial P/\partial V)_T$ связан с упругими постоянными соотношением: $B = (c_{11} + 2c_{12})/3$.

3.3. Найти соотношение между модулями упругости и упругими податливостями кубического кристалла.

3.4. Резонансная частота цилиндрического никелевого стержня длиной 10 см и диаметром 0,442 см равна 1880 Гц. Определить модуль Юнга и модуль сдвига никеля.

3.5. Твердость стали по Бринелю равна 450 кг/мм^2 . Определить диаметр отпечатка, если испытание проводилось шариком диаметром 5 мм при нагрузке 750 кг.

3.6. Показать, что для продольных волн в твердом теле фазовая скорость определяется выражением:

$$v = \frac{(1 - \sigma)E}{\rho(1 - 2\sigma)(1 + \sigma)},$$

где σ — коэффициент Пуассона, E — модуль Юнга, ρ — плотность твердого тела.

3.7. Определить закон дисперсии упругих волн в кубическом кристалле, распространяющихся в плоскости грани куба.

3.8. Определить закон дисперсии упругих волн в кристалле гексагональной системы.

3.9. Определить закон дисперсии упругих поверхностных волн (*волн Рэлея*).

3.10. Показать, что волна кручения распространяется по стержню со скоростью $v = \sqrt{\mu/\rho}$, где $\mu = E/2(1 + \sigma)$ — модуль сдвига.

4 Квазичастицы в твердых телах

4.1. Для классического линейного осциллятора найти среднее значение по времени (за период) квадрата смещения, квадрата импульса, полной энергии и отношение потенциальной энергии к кинетической.

4.2. Для квантового одномерного осциллятора найти среднее значение по времени (за период) квадрата смещения, квадрата импульса, полной энергии и отношение потенциальной энергии к кинетической. Сравнить эти результаты с результатами предыдущей задачи.

4.3. Найти энергию колебаний решетки твердого тела, считая ее набором $3N$ невзаимодействующих осцилляторов (а) квантовых, (б) классических.

4.4. Найти спектр колебаний линейной цепочки атомов, взаимодействующих по гармоническому закону.

4.5. Записать функцию Гамильтона для линейной цепочки гармонически взаимодействующих атомов в обобщенных координатах и в нормальных координатах. Убедиться, что в последнем случае энергия цепочки совпадает с энергией невзаимодействующих осцилляторов.

4.6. Найти спектр колебаний линейной гармонической цепочки, если смещение q_n и импульс p_n каждого атома в n -м узле удовлетворяют каноническим коммутационным соотношениям:

$$[p_n, q_m] = -i\hbar\delta_{nm}, \quad [q_n, q_m] = 0, \quad [p_n, p_m] = 0$$

4.7. Показать, что в состоянии с заданным числом фононов среднее значение смещения равно нулю, а в когерентном состоянии $|z\rangle$, построенном из основного $|0\rangle$ («вакуум» фононов) по правилу

$$|z\rangle = \exp\left(-r\frac{1}{2}|z|^2 + z\hat{b}_k^+\right)|0\rangle$$

среднее значение смещения отлично от нуля. Здесь \hat{b}_k^+ — оператор рождения фонона с волновым числом k , z — произвольная константа. Найти энергию в этом состоянии. Для $z = z_0 \exp(-i\omega t)$ полученный результат сравнить с результатом задачи 4.1 о классическом осцилляторе.

4.8. Рассмотреть движение электрона в ионном кристалле (полярном кристалле) в рамках модели Фрёллиха. Получить для энергии электрона следующее выражение:

$$\varepsilon(k) = -\hbar\omega\alpha + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}(1 - \alpha/6),$$

где $\alpha = (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1})e^2u/2\hbar\omega_L$, ω_L — частота колебаний атомов решетки. (Квазичастицы с таким законом дисперсии называются *поляронами*.)

4.9. В модели сильной связи в одномерном случае найти спектр поляронов, если атомы-узлы решетки совершают гармонические колебания. Считать, что: а) атомы нейтральны, б) атомы положительно заряжены.

- 4.10.** Доказать, что химический потенциал фононов и магнонов равен нулю, и по этой причине не происходит их бозе-конденсация.
- 4.11.** Найти дисперсионное соотношение для волны поляризации в ионном кристалле, возникающей под действием внешнего электромагнитного поля.
- 4.12.** Рассмотреть предыдущую задачу, проведя квантование колебаний ионов и электромагнитного поля. Найти спектр элементарных возбуждений, называемых *поляритонами*, и сравнить зависимость их энергии от квазиимпульса с дисперсионным соотношением для волны поляризации.
- 4.13.** Пусть в узлах одномерной цепочки помещены электроны, которые занимают состояние с энергией $-W_0$. Обозначим интеграл перескока между соседними узлами U_0 , расстояние между соседними узлами — a . Найти спектр носителей тока в рамках этой модели, называемой *моделью сильной связи*.
- 4.14.** Определить спектр электрона в периодическом потенциале на основе *модели Кронига-Пенни*.
- 4.15.** Определить дисперсионное соотношение для плазменных колебаний в модели твердого тела, называемой *«желе»*.
- 4.16.** Оценить величину плазменной частоты, приняв концентрацию электронов равной $n_e = 10^{23} \text{ см}^{-3}$.
- 4.17.** Найти спектр *плазмонов* — квантов плазменных колебаний. Сравнить полученный результат с дисперсионным соотношением для плазменных колебаний.
- 4.18.** Найти дисперсионное соотношение для спиновой волны в ферромагнетике и спектр *магнонов* в изотропной модели Гейзенберга и сравнить эти результаты.
- 4.19.** Найти эффективную массу электрона в приближении сильной связи.
- 4.20.** Найти ширину запрещенной зоны в спектре электронов в периодическом потенциале в приближении почти свободных электронов.

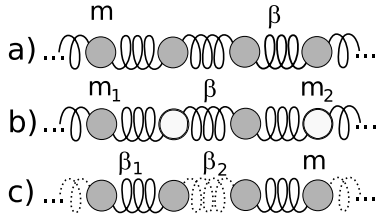


Рис. 1: Одномерные модели решетки твердого тела: а) одноатомная цепочка, б) двухатомная цепочка, в) одноатомная цепочка с разной жесткостью связей.

4.21. *Экситон Ванье-Мотта* представляет собой пару электрон-дырка, взаимодействующих друг с другом по закону Кулона, причем роль атомов решетки сводится к созданию однородного диэлектрического фона, ослабляющего кулоновское притяжение в ϵ раз. Определить в такой модели энергетический спектр экситонов.

4.22. В молекулярном кристалле предполагается, что каждая молекула может находиться в основном или в возбужденном состояниях, а возбуждение может передаваться от одной молекулы к другой за счет обменного взаимодействия. В приближении Гайтлера-Лондона, учитывая только одно возбужденное внутримолекулярное состояние, найти энергетический спектр коллективных состояний, которые называются *экситонами Френкеля*.

4.23. Распространение возбуждения в одномерном кристалле или полимерной цепочке может быть описано на основе модели газа *паулионов* с взаимодействием только между ближайшими соседями. Показать, что в этой модели экситоны образуют газ свободных безспиновых фермионов.

5 Тепловые свойства

5.1. Определить закон дисперсии одноатомной цепочки с периодом a , состоящей из атомов массы m , взаимодействующих с ближайшими соседями (а) или с двумя ближайшими соседями (б) по гармоническому закону $f = -\beta\Delta x$, где Δx — изменение расстояния между взаимодействующими атомами (рис. 1 а).

5.2. Найти зависимость скорости звука в модели одноатомной цепочки от ее параметров.

5.3. Определить закон дисперсии двухатомной цепочки атомов с массами m_1 и m_2 . Взаимодействие только с ближайшими соседями по гармоническому закону характеризуется константой β (рис. 1 б).

5.4. Найти фазовую и групповую скорости распространения упругой волны в одноатомной цепочке в зависимости от волнового числа.

5.5. Найти скорость звука в модели двухатомной цепочки.

5.6. Найти фазовую и групповую скорости распространения упругой волны в модели двухатомной цепочки как функции волнового числа.

5.7. Проанализировать закон дисперсии колебаний двухатомной цепочки в пределах: (а) $m_1 \rightarrow m_2$, (б) $m_1 \rightarrow \infty$, m_2 — конечная.

5.8. Найти закон дисперсии колебаний в модели одноатомной цепочки, когда взаимодействие между ближайшими соседями имеет периодический характер, как показано на рис. 1 с.

5.9. В задаче 5.8 рассмотреть предел $\beta_1 \rightarrow \infty$, β_2 — конечна. Сравнить полученные результаты для закона дисперсии колебаний и скорости звука с аналогичными результатами для моделей одно- и двухатомной цепочек.

5.10. Пусть x_i — смещение атома в i -м узле цепочки из одинаковых атомов массой m . Уравнение движения имеет вид

$$m \frac{d^2 x_i}{dt^2} = f(x_{i-1} - x_i) - f(x_i - x_{i+1}),$$

где $f(x)$ характеризует силу упругого взаимодействия между ближайшими соседями. Для функций вида:

$$f(x) = \beta x + \alpha x^n, \quad (\text{а}) \ n = 2, \quad (\text{б}) \ n = 3, \quad (\text{в}) \ n \geq 4.$$

- 1) определить в континуальном приближении уравнение, описывающее волну в таких ангармонических решетках;
- 2) найти периодические и уединенные решения волнового уравнения;
- 3) определить зависимость скорости распространения нелинейных волн от параметров цепочки.

5.11. Найти теплоемкость решетки твердого тела в рамках *модели Дебая*. Рассмотреть пределы низких и высоких температур.

5.12. Определить температуру Дебая в модели одноатомной цепочки гармонически связанных атомов.

5.13. Найти решеточную теплоемкость в модели одноатомной цепочки гармонически связанных атомов.

5.14. Найти ангармоническую поправку к высокотемпературной теплоемкости решетки твердого тела, если потенциальная энергия как функция смещений имеет вид

$$u = u_0 + \frac{\alpha r^2}{2} - \beta r^3 - \gamma r^4,$$

учитывая, что $r \ll a$, где a — межатомное расстояние в положении равновесия. Оценить высокотемпературную теплоемкость при $\frac{\alpha}{\beta} \simeq \frac{\beta}{\gamma} \simeq a$.

5.15. Найти теплоемкость в модели двухатомной цепочки в различных предельных случаях: (а) $m_1 \gg m_2$; (б) $m_1 \rightarrow \infty$, m_2 — конечна; (в) низкие температуры.

5.16. При $T \rightarrow 0$ найти зависимость теплоемкости от температуры, если закон дисперсии для фононов имеет вид $\omega(q) = Aq^n$.

5.17. При $T \rightarrow 0$ найти зависимость теплоемкости от температуры, если закон дисперсии для квазичастиц имеет вид $\omega(q) = \omega_0 + Aq^n$. Найти выражение для теплоемкости D -мерного кристалла в рамках модели Дебая.

5.18. Пусть $C(T)$ — теплоемкость твердого тела при постоянном объеме и температуре, равной T . Показать, что энергия нулевых колебаний равна интегралу

$$\int_0^\infty [C_V - C(T)] dT,$$

где C_V — теплоемкость при высокой температуре, равная ее классическому значению.

5.19. Определить теплоемкость твердого тела, если фононный спектр имеет акустическую и оптическую ветви.

5.20. Определить среднюю по ансамблю энергию классического линейного осциллятора, находящегося в термодинамическом равновесии с системой таких же осцилляторов.

5.21. Плотность серебра равна $\rho = 10,5 \text{ г/см}^3$, а его теплоемкость составляет $C_1 = 2,02 \cdot 10^6 \text{ эрг/моль}\cdot\text{К}$ при $T_1 = 10 \text{ К}$ и $C_2 = 1,51 \cdot 10^5 \text{ эрг/моль}\cdot\text{К}$ при $T_2 = 4 \text{ К}$. Определить температуру Дебая и плотность состояний на поверхности Ферми.

5.22. Оценить среднюю скорость звука в алмазе (а) и празеодиме (б). Температура Дебая алмаза равна 1860 К , а постоянная решетки составляет $3,57 \text{ \AA}$. Празеодим имеет ГПУ структуру с параметрами решетки $a = 3,67 \text{ \AA}$ и $c = 5,92 \text{ \AA}$, а температура Дебая для него составляет 74 К .

5.23. В модели гармонической одноатомной цепочки определить величину теплового расширения — среднее значение смещения соседних атомов с температурой.

5.24. Определить поправку к величине теплового расширения цепочки ангармонических осцилляторов в первом порядке по константе ангармонизма. Потенциальная энергия взаимодействия соседних атомов дается выражением:

$$U(x) = cx^2 - gx^3$$

5.25. Найти среднюю энергию на один атом и удельную теплоемкость цепочки Тоды:

$$U(x) = ax + \frac{a}{b} \exp(-bx), \quad a, b > 0$$

5.26. Определить величину теплового расширения решетки в модели цепочки Тоды. Рассмотреть предельные случаи низких температур и малого ангармонизма.

5.27. В гармоническом приближении для кристаллической решетки найти соотношение между коэффициентом жесткости и массой атома, при котором нулевые колебания вызывают среднеквадратичное отклонение от положения равновесия, равное межатомному расстоянию. (Такое твердое тело даже при температуре $T = 0 \text{ К}$ остается в «жидком состоянии» и называется *квантовым кристаллом*.)

5.28. Имеется система из N атомов, которые могут находиться только в двух энергетических состояниях, отличающихся энергией ΔE . Определить теплоемкость такой системы.

- 5.29.** Определить вклад в теплоемкость, вносимую: а) дефектами Френкеля, б) дефектами Шоттки.
- 5.30.** Определить удельную теплоемкость вырожденного свободного электронного газа.
- 5.31.** Определить удельную теплоемкость невырожденного свободного электронного газа.
- 5.32.** Найти вклад в теплоемкость, определяемую носителями тока в собственном полупроводнике.
- 5.33.** Показать, что при достаточно низких температурах удельная теплоемкость идеального ферми-газа определяется выражением $C_V = (\pi^2/3)k_B^2 g(\epsilon_F)T$, где $g(\epsilon_F) = 3n/2\epsilon_F$ — одночастичная плотность состояний.
- 5.34.** При $T \rightarrow 0$ найти удельную теплоемкость вырожденного ультрарелятивистского ферми-газа, имеющего закон дисперсии $\epsilon(p) = cp$.
- 5.35.** Температура Дебая меди равна $\Theta_D = 316$ К, а постоянная Зоммерфельда составляет $\gamma = 7,28 \cdot 10^{-4}$ Дж/моль·К². При какой температуре электронная и фононная теплоемкости равны друг другу? Каково отношение электронной и фононной теплоемкостей при $T = 2$ К (а) и $T = 300$ К (б).
- 5.36.** Найти вклад магновов в теплоемкость при низких температурах для одноосного анизотропного: (а) ферромагнетика, (б) антиферромагнетика.
- 5.37.** При низких температурах найти вклад магновов в теплоемкость для изотропного: (а) ферромагнетика, (б) антиферромагнетика.
- 5.38.** Найти вклад плазменных колебаний электронной плотности в теплоемкость металла.
- 5.39.** При низких температурах найти вклад экситонов в теплоемкость в модели паулионной цепочки.
- 5.40.** При низких температурах найти вклад в теплоемкость твердого тела от экситонов, считая что дисперсионное соотношение имеет вид $\epsilon(p) = p^2/2m_{ex}$

6 Электронные свойства

6.1. Для Li, $m^* = 1,2m_e$, оценить длину волны электрона на уровне Ферми.

6.2. Оценить скорость электрона на поверхности Ферми в металле.

6.3. Найти выражение для плотности состояний свободного электронного газа.

6.4. В приближении свободных электронов найти максимальную энергию электронов в натрии при $T = 0$ К.

6.5. Экспериментальное значение энергии Ферми для Li при $T \rightarrow 0$ равно 3,5 эВ. Каково значение эффективной массы электронов? Сравнить эту величину с массой свободного электрона.

6.6. Для натрия, имеющего ОЦК структуру с параметром решетки $a = 4,23$ Å, найти среднюю энергию электронов при нулевой температуре, учитывая, что их эффективная масса составляет $m^* = 1,3m_e$.

6.7. Оценить характерную плотность электронов проводимости, вовлекаемых в процесс, энергия взаимодействия которого с электронной системой металла $\delta \ll \mu$ много меньше величины химпотенциала.

6.8. Оценить относительное число электронов проводимости натрия, подверженных тепловому возбуждению при $T = 300$ К. Воспользоваться параметрами, заданными в задаче 6.6.

6.9. Каковы вероятности того, что при комнатной температуре электрон в металле займет состояние, расположенное на 0,1 эВ выше (а) и ниже (б) уровня Ферми?

6.10. Оценить энергию Ферми ϵ_F и температуру вырождения $T_F = \epsilon_F/k_B$ для электронов: (а) в металле и (б) в собственном полупроводнике.

6.11. Определить энергетический спектр электронов в пределе сильной связи.

6.12. Для системы из N электронов с плотностью состояний

$$g(\epsilon) = \begin{cases} g_0, & \epsilon > 0, \\ 0, & \epsilon < 0. \end{cases}$$

- а) вычислить энергию Ферми при $T = 0$ К;
- б) вывести условие отсутствия вырождения системы электронов;
- в) показать, что в случае сильного вырождения электронная теплоемкость линейна по температуре.

6.13. Вычислить химический потенциал и внутреннюю энергию идеального ферми-газа частиц с точностью до членов порядка T^4 .

6.14. Показать, что если $g(\varepsilon)$ — одночастичная плотность состояний, то при достаточно низких температурах удельная теплоемкость идеального ферми-газа определяется выражением:

$$C_V = \frac{\pi^2}{3} k_B T g(\mu)$$

6.15. Оценить нулевое давление электронов в одновалентном металле. Электроны рассматривать как идеальный ферми-газ.

6.16. Показать, что для металлов теплопроводность κ и проводимость σ связаны соотношением:

$$\kappa = \left(\frac{\pi k_B}{e} \right)^2 \frac{\sigma T}{3},$$

которое называется *законом Видемана-Франца*.

6.17. Оценить коэффициент теплопроводности для алюминия.

6.18. Определить вклад в величину удельного электрического сопротивления, обусловленный рассеивающими центрами, считая, что среднее сечение рассеяния $\sigma \gtrsim 4\pi/k_F$ где k_F — импульс Ферми. Считать, что металл одновалентный и концентрация примесей составляет 5% от концентрации электронов.

6.19. Доказать теорему Блоха.

6.20. В рамках *модели Кронига-Пенни* найти выражение для эффективной массы электрона в центре ($k \approx 0$) и на краях ($k \approx \pm\pi/a$) зоны Бриллюэна.

6.21. Построить зависимость эффективной массы от волнового числа (или квазиимпульса) для первой зоны Бриллюэна в модели Кронига-Пенни.

6.22. В медном проводнике с площадью поперечного сечения $0,2 \text{ см}^2$ идет ток 1 А . Определить среднюю дрейфовую скорость электронов. Сравнить ее с их средней тепловой скоростью, если энергия Ферми равна 7 эВ .

6.23. Сопротивление медного провода длиной $l = 1 \text{ м}$ и диаметром $d = 1 \text{ мм}$ при комнатной температуре равно $R = 11 \text{ мОм}$, а величина остаточного сопротивления составляет $R_0 = 0.1\%R$. Оценить время релаксации и длину свободного пробега электронов, учитывая, что их концентрация равна $n = 8,47 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$, а эффективная масса составляет $m^* = 1.3m_e$.

6.24. Определить время релаксации τ , среднюю длину свободного пробега l и дрейфовую v_d скорость электрона в электрическом поле $E = 100 \text{ В/м}$ для натрия, если его теплопроводность κ равна $150 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$.

6.25. Пусть образец металла содержит N атомов, химический потенциал системы электронов равен μ , энергетическая зона, содержащая $2N$ электронных состояний с энергиями ε_i занята $2N - M$ электронами. Показать, что электроны дают такой же вклад в термодинамические характеристики этого металла, как и электронный газ с энергетическими уровнями $-\varepsilon_i$ и химическим потенциалом $-\mu$.

6.26. Пусть n_e — плотность электронов, μ_B — магнетон Бора, $\mu^* = e\hbar/2cm^*$, m^* — эффективная масса электрона и кулоновское взаимодействие между электронами не существенно. Показать, что магнитная восприимчивость невырожденного электронного газа определена формулой:

$$\chi = \frac{n_e}{k_B T} \left(\mu_B^2 - \frac{1}{3} \mu^{*2} \right)$$

6.27. При учете спина электрона каждому донорному уровню следует поставить в соответствие два электронных состояния, но кулоновское отталкивание препятствует одновременному заполнению уровня двумя электронами. Определить магнитную восприимчивость системы электронов на донорных уровнях.

6.28. Определить парамагнитную восприимчивость невырожденного свободного электронного газа.

6.29. Рассмотреть двухмерный электронный газ в магнитном поле H . В пределе $H \rightarrow 0$ найти (а) орбитальную восприимчивость — *диамагнетизм Ландау*, (б) спиновую восприимчивость — *парамагнетизм Паули*.

6.30. Рассмотреть орбитальный магнетизм идеального ферми-газа при $T = 0$ К. Определить намагниченность и восприимчивость электронов в магнитном поле — *эффект де Гааза-ван Альфена*.

6.31. Найти намагниченность при $T = 0$ К двухмерного электронного газа в магнитном поле столь большой напряженности, что эффект де Гааза-ван Альфена не существует.

6.32. Рассмотреть электроны в металле как неидеальный ферми-газ. Если электроны взаимодействуют друг с другом на основе парного взаимодействия, характеризуемого длиной рассеяния a_s , энергию состояния с числами заполнения $n = \{\dots, n_{p,s}, \dots\}$ можно записать в виде:

$$E_n = \sum_p \frac{\mathbf{p}^2}{2m} (n_{p+} + n_{p-}) + \frac{4\pi a_s \hbar^2}{mV} N_+ N_- - \mu H (N_+ - N_-),$$

где $n_{p\pm} = \{0, 1\}$, $N_{\pm} = \sum_p n_{p\pm}$, V — объем, содержащий $N = N_+ + N_-$ фермионов, H — магнитное поле.

(а) Определить температурную зависимость спонтанной намагниченности, если a_s положительная (ферромагнетизм зонных электронов).

(б) найти парамагнитную восприимчивость и постоянную Кюри, рассмотреть низкие и высокие температуры, сравнить полученную зависимость с аналогичной для случая идеального ферми-газа.

(в) Найти теплоемкость, рассмотреть случаи высоких и низких температур и положительных и отрицательных значений a_s .

6.33. Показать, что спиновая парамагнитная восприимчивость системы электронов при произвольной температуре имеет вид:

$$\chi = 2\mu_B^2 \int_0^{\infty} \frac{dg(\varepsilon)}{d\varepsilon} f(\varepsilon) d\varepsilon$$

где $f(\varepsilon)$ — распределение Ферми.

6.34. Найти отношение парамагнитных восприимчивостей для невырожденного и сильно вырожденного ферми-газа.

6.35. Оценить удельную теплоемкость и спиновую парамагнитную восприимчивость для лития и натрия ($\rho_{\text{Li}} = 0,534$ г/см³, $\rho_{\text{Na}} = 0,97$ г/см³).

6.36. Считая электроны в металле свободными, найти период осцилляций намагниченности как функции внешнего магнитного поля H . Оценить эту величину для одновалентного металла.

6.37. Оценить диамагнитную восприимчивость электронного газа (*диамагнетизм Ландау*) и магнитную индукцию в поле $H = 10^5$ Э в случае одновалентного металла.

6.38. Найти площадь разрешенной орбиты, отвечающей первому и второму уровню Ландау для электронов металла, помещенного во внешнее магнитное поле $H = 10^4$ Э.

6.39. Составить и решить квантовые уравнения движения свободного электрона в однородном магнитном поле, используя для векторного потенциала калибровку $2\mathbf{A} = \{-Hy, Hx, 0\}$.

6.40. Оценить сжимаемость кристаллического натрия, считая, что на один атом приходится по одному свободному электрону.

6.41. Вычислить плотность тока эмиссии с поверхности тантала при 2000 К. Воспользоваться теоретическим значением предэкспонентциального множителя. Работа выхода тантала равна 4,05 эВ.

6.42. Вычислить пороговую длину волны фотоэффекта в цезии.

6.43. Определить электропроводность металла для случая низких температур, исходя из кинетического уравнения:

$$-e\mathbf{E} \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} = \frac{f_0(\varepsilon) - f(\mathbf{p})}{\tau(\varepsilon)}$$

6.44. Удельное сопротивление собственного германия при 27°C равно 0,47 Ом·м. Вычислить концентрацию электронов и дырок.

6.45. Вычислить при комнатной температуре электропроводность германия, который содержит индий с концентрацией $2 \cdot 10^{22}$ м⁻³ и сурьму с концентрацией 10^{21} м⁻³.

6.46. Удельная электропроводность и коэффициент Холла для арсенида индия равны соответственно $\sigma = 4 \cdot 10^2$ Ом⁻¹·м⁻¹ и $R_H = 10^{-2}$ м³/Кл. Считая, что проводимость осуществляется носителями одного сорта, определить их концентрацию и подвижность.

6.47. В образце германия при некоторой температуре эффект Холла не наблюдается. Какова «дырочная» составляющая общего тока через образец?

6.48. Концентрация акцепторов в полупроводнике 10^{14} см^{-3} . Их энергетический уровень расположен на $0,01 \text{ эВ}$ выше потолка валентной зоны. Вычислить электропроводность материала при комнатной температуре, температуре жидкого азота и температуре жидкого гелия, если подвижность дырок слабо зависит от температуры и равна $100 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$. Собственной проводимостью пренебречь.

6.49. Исследовать температурный ход уровня Ферми $\varepsilon_F(T)$ в примесном полупроводнике, содержащем один тип одновалентных доноров с концентрацией n_d . Построить график зависимости $\varepsilon_F(T)$.

6.50. Найти температуру, при которой уровень Ферми совпадает с уровнем донорной примеси для германия, легированного сурьмой с концентрацией 10^{16} см^{-3} ($E_d = E_c - 0,01 \text{ эВ}$, $g = 2$). Какова концентрация электронов при этой температуре?

6.51. Вывести общее выражение для постоянной Холла полупроводника. Как упростится это выражение для собственного проводника?

6.52. Найти выражение для электрического тока в полупроводнике, если время релаксации — величина постоянная и имеются носители тока обоих знаков.

6.53. Вычислить электропроводность невырожденного полупроводника n -типа исходя из кинетического уравнения. Вычислить подвижность, считая время релаксации постоянным.

6.54. Определить зависимость подвижности носителей в невырожденном полупроводнике от температуры для двух механизмов рассеяния: а) на ионизированных примесях, когда время релаксации ведет себя как $\tau(\varepsilon) = a\varepsilon^{3/2}$; б) на акустических фононах, когда $\tau(\varepsilon) = b\varepsilon^{-1/2}$.

6.55. В момент времени $t_1 = 10^{-4} \text{ с}$ после выключения равномерной по объему образца генерации электронно-дырочных пар неравновесная концентрация носителей оказалась в 10 раз больше, чем в момент $t_2 = 10^{-3} \text{ с}$. Определить время жизни неравновесных носителей тока, если уровень возбуждения невелик и рекомбинация идет через простые дефекты.

6.56. Вычислить относительные изменения проводимости при комнатной температуре собственного германия, а также n -Ge и p -Ge с уровнем легирования 10^{15} см^{-3} при стационарном освещении с интенсивностью

$I = 5 \cdot 10^{15}$ квантов на 1 см^2 в секунду, если толщина освещаемого образца мала по сравнению с коэффициентом поглощения $\alpha = 100 \text{ см}^{-1}$, а рекомбинация происходит на простых дефектах и время рекомбинации равно $\tau = 2 \cdot 10^{-4} \text{ с}$.

6.57. Доказать, что при непрямых рекомбинационных переходах в полупроводниках невозможно испускание фотонов.

6.58. Найти зависимость изменения концентрации избыточных носителей тока от времени вследствие *линейной* объемной рекомбинации, если в начальный момент концентрация была равна Δn_0 .

6.59. Определить зависимость изменения концентрации избыточных носителей тока от времени вследствие *квадратичной* объемной рекомбинации, если в начальный момент концентрация была равна Δn_0 .

6.60. Найти скорость рекомбинации электронов и дырок через локальный рекомбинационный центр с энергией E_t , если вероятности захвата электрона и дырки на рекомбинационный центр равны c_n и c_p соответственно.

6.61. Определить спектр и интенсивность излучения, возникающего при рекомбинации электронно-дырочных пар. Воспользовавшись принципом детального равновесия, выразить интенсивность излучения через коэффициент поглощения.

6.62. Рекомбинационное излучение, прежде чем выйти из образца, само поглощается с коэффициентом поглощения α , а также отражается от стенок с коэффициентом отражения R . Найти величину интенсивности рекомбинационного излучения, регистрируемую внешним прибором.

6.63. В n -Ge имеются центры рекомбинации с $n_t = 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ и $E_t = (E_v + E_c)/2$. При 300 К сечения захвата электронов и дырок одинаковы; при малых отклонениях от равновесия $\tau = 10^{-4} \text{ с}$, $\rho = 5 \text{ Ом}\cdot\text{см}$. Найти сечение захвата.

6.64. Вычислить коэффициент биполярной диффузии для собственного германия при комнатной температуре.

6.65. Найти концентрацию неравновесных носителей тока на поверхности образца n -Ge, если генерация пар равномерна по объему ($g_0 = 2,5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}$, $\tau_p = 4 \cdot 10^{-6} \text{ с}$, $S = 5 \cdot 10^2 \text{ см/с}$, $D_p = 49 \text{ см}^2/\text{с}$). Построить график зависимости $\Delta p(x)$, где x — расстояние от поверхности образца.

6.66. Найти концентрацию неравновесных дырок на освещенной поверхности толстого образца n -Ge, если $S = 5 \cdot 10^2$ см/с, $I = 6 \cdot 10^{16}$ кванта на 1 см^2 в секунду, квантовый выход $\gamma = 1$ коэффициент поглощения $\alpha = 10^3 \text{ см}^{-1}$, $\tau_p = 4 \cdot 10^{-6}$ с, $D_p = 49 \text{ см}^2/\text{с}$. Построить график зависимости $\Delta p(x)$, где x — расстояние от поверхности образца.

6.67. Найти разность потенциалов, возникающую при *эффекте Дембера* между освещенной и неосвещенной поверхностями толстого образца германия n -типа. Интенсивность поверхностной генерации пар $g_s = 10^{15} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$, время жизни неравновесного носителя тока в объеме $\tau_p = 19,3 \cdot 10^{-6}$ с, $S = 100$ см/с, $D_n = 98 \text{ см}^2/\text{с}$, $\mu_n = 2,1 \mu_p$, $n_0 = 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$.

6.68. Вычислить неравновесную концентрацию дырок на границе полубесконечного ($0 \leq x \leq \infty$) слаболегированного электронного полупроводникового образца, к которому в точке $x = 0$ приложено сильное электрическое поле $E > 0$. Коэффициент инжекции $\gamma = 0,15$ равновесная концентрация электронов $n_0 = 10^{13} \text{ см}^{-3}$, а дырок — $p_0 = 0,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $\mu_n/\mu_p = 2,1$. Считать, что $\Delta n = \Delta p \ll n_0$ и установился стационарный режим генерации неравновесных носителей.

6.69. В некоторой точке однородного электронного полупроводникового образца световым зондом генерируются пары неравновесных носителей тока. Считая задачу одномерной, определить диффузионную длину для дырок, если концентрация неравновесных носителей на расстоянии $x = 2$ мм от зонда равна $\Delta p = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ и $\Delta p = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ на расстоянии $x = 4,3$ мм.

6.70. Вычислить напряжение *ФЭМ-эффекта*, для толстого образца ($l, h \gg L_D$) в случае сильного поглощения света. Показать, что в плоскости yz линии тока замкнуты.

6.71. Цилиндр из полупроводника подвешен на нити за центр верхнего основания между полюсами магнита и освещается сильно поглощаемым светом под углом φ к направлению \mathbf{B} и перпендикулярно оси цилиндра. Найти вращающий момент, действующий на цилиндр в результате взаимодействия магнитного поля с замкнутым током в цилиндре (*фотомагнитномеханический эффект*).

6.72. При приложении магнитного поля $H = 4000$ Э перпендикулярно направлению тока, сопротивление полупроводника n -типа увеличилось на $0,22\%$. Определить коэффициент магнитного сопротивления, если $\mu_{pH} = 2240 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$.

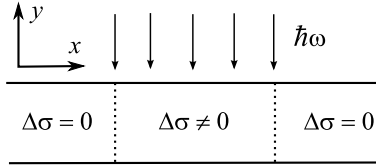


Рис. 2: Схема освещения образца

6.73. Определить время жизни носителей тока в полупроводнике n -типа, если при наложении электрического поля $E_y = 0,168$ В/см вдоль оси y и магнитного поля $H_z = 1000$ Э вдоль оси z ток не зависит от слабого освещения граней, перпендикулярных оси x . Считать, что размеры образца большие, прилипания нет, $D_H = 98$ см²/с и $(\mu_{nH} + \mu_{pH}) = 1,2(\mu_n + \mu_p)$.

6.74. Определить контактную разность потенциалов, возникающую при соприкосновении двух металлов.

6.75. Пусть при соприкосновении двух металлов (они отстоят друг от друга на величину одного параметра решетки) возникла контактная разность потенциалов $V_c = 1$ В. Чему равна плотность потока зарядов из одного металла в другой? Считать металлы одновалентными.

6.76. Определить зависимость тока от напряжения (*вольт-амперную характеристику - ВАХ*) для контакта металла с проводником. Сравнить ее с вольт-амперной характеристикой p - n перехода.

6.77. Найти ВАХ p - n перехода. Рекомбинацией в области p - n перехода пренебречь. Длины пробегов электронов и дырок считать малыми по сравнению с толщиной перехода.

6.78. Вычислить фото-ЭДС в образце n -Ge при $T = 300$ К, если его средняя часть освещена так, что в ней изменение удельной проводимости $\Delta\sigma = 0,2$ Ом⁻¹·см⁻¹, а вне ее $\Delta\sigma = 0$. В отсутствие освещения удельное сопротивление в сечении $\rho = 15$ Ом·см, а в сечении В $\rho = 5$ Ом·см (рис. 2).

6.79. Найти ток короткого замыкания и напряжение холостого хода при освещении p - n перехода пучком слабо поглощаемого света параллельно плоскости перехода.

6.80. При комнатной температуре образец n -Ge освещается в узкой полоске шириной $\Delta l = 0,1$ мм светом, генерирующим $2,5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ пар носителей заряда. В точке $x = 0$ $\rho = 1$ Ом·см. При передвижении светового зонда вдоль образца фото-ЭДС изменяется как $\varphi(x) = A/(1 + Bx)$, где $A = 3 \cdot 10^{-4}$ В и $B = 2 \text{ см}^{-1}$. Найти удельное сопротивление ρ в точке $x = 2$ см.

6.81. Электроны вырываются из металла и притягиваются к положительному заряду, индуцированному на поверхности металла, образуя некоторое распределение поверхностного заряда вблизи поверхности металла. Считая плотность электронов в этой области достаточно малой, определить плотность электронов $n(x)$ на расстоянии x от поверхности.

6.82. Получить выражение для термоЭДС для носителей тока с квадратичным законом дисперсии. Оценить термоЭДС типичного металла ($m^* = m_e$, $n_e = 2 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$) при комнатной температуре и сравнить ее с термоЭДС вырожденного полупроводника n -типа ($m^* = 0,2m_e$, $n_e = 2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$). Считать, что рассеяние в обоих случаях происходит в основном на заряженных примесях.

6.83. Оценить величину фоновой составляющей термоЭДС германия n -типа при температуре 20 К. В образце подвижность электронов в основном определяется рассеянием на акустических фононах и равна $4 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, а рассеяние фононов происходит на стенках образца. Поперечные размеры образца порядка 1 мм, скорость звука равна $5 \cdot 10^5 \text{ см/с}$.

6.84. Найти выражение для термоЭДС полупроводника n -типа с квадратичным законом дисперсии носителей тока в пределе сильных магнитных полей ($eH\tau/m^*c \gg 1$) в отсутствие вырождения. Рассмотреть зависимость разности $\Delta\alpha = \alpha|_{H \rightarrow \infty} - \alpha|_{H \rightarrow 0}$ от механизма рассеяния.

6.85. Определить форму зон, если к полупроводнику с собственной проводимостью нормально к его поверхности приложено постоянное электрическое поле E настолько слабое, что везде в полупроводнике $\varepsilon\varphi \ll k_B T$. Найти скачок потенциала на поверхности, если $E = 160$ В/см, $n_i = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $\epsilon = 16$, $T = 300$ К.

6.86. Вычислить величину загиба зон на поверхности собственного германия при $T = 300$ К, если на его поверхности адсорбирована донорная примесь с поверхностной плотностью $N_d = 10^9 \text{ см}^{-2}$. Считать доноры полностью ионизированными, $\varepsilon\varphi \ll k_B T$, $n_i = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $\epsilon = 16$.

6.87. Найти изменение работы выхода электронов, если на поверхности полупроводника адсорбированы молекулы с дипольным моментом $d = el = 10^{18}$ ед. СГСЭ и плотностью $n_a = 10^{12}$ см⁻².

6.88. Определить плотность поверхностного отрицательного заряда на дырочном полупроводнике, если поверхностный потенциал $|\varphi| = 0,25$ В. Акцепторы в глубине полупроводника (на расстояниях, больших длины экранирования) считать полностью ионизированными; $p = 3 \cdot 10^{14}$ см⁻³, $\epsilon = 16$, $T = 300$ К.

6.89. Атом с поляризуемостью $\alpha = 10^{-40}$ Ф·м² расположен на расстоянии 10 \AA от протона. Вычислить дипольный момент, индуцированный в атоме.

6.90. Вывести формулу Клаузиуса-Мосотти:

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{\alpha N}{3\epsilon_0}$$

6.91. Статическая диэлектрическая проницаемость кристалла NaJ равна 6,6. Показатель преломления света равен 1,7. Определить ионную поляризацию в поле 100 В/м.

6.92. Определить ориентационную поляризуемость одной молекулы, дипольный момент которой равен $1,87 \cdot 10^{-18}$ электростатических единиц, при помещении вещества при комнатной температуре во внешнее однородное электрическое поле.

6.93. Определить теплоемкость диэлектрика, обусловленную дипольной поляризацией.

6.94. Показать, что собственная частота продольных колебаний кварцевой пластинки в направлении оси x зависит от толщины пластинки d следующим образом: $\nu = 2,85 \cdot 10^5/d$ [Гц].

6.95. Предположить, что атом с поляризуемостью α помещен в конденсатор, внутри которого электрическое поле равно E . Определить запасенную атомом энергию.

6.96. Аргон в твердом состоянии содержит $2,5 \cdot 10^{28}$ атомов в 1 м^3 . Его поляризуемость равна $\alpha = 1,86 \cdot 10^{-40}$ Ф·м². Найти отношение напряженности локального поля к напряженности внешнего поля.

6.97. Получить линейную диэлектрическую восприимчивость твердого тела, помещенного в переменное электрическое поле с частотой ω , рассматривая вещество как совокупность гармонических осцилляторов с зарядом e , частотой ω_0 , затуханием Γ и массой m (классическая теория — модель Лоренца).

6.98. В рамках квантовой теории рассчитать линейную диэлектрическую восприимчивость твердого тела.

6.99. Показать, что диэлектрическая проницаемость газа свободных электронов в переменном электрическом поле равна

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2}$$

где ω_L — частота Ленгмюра. Что происходит с электромагнитными волнами при $\epsilon < 0$?

6.100. Найти амплитуду электрического поля удвоенной частоты, образуемого в кристалле с нелинейной поляризуемостью при прохождении через него световой волны, амплитуда которой E , а частота ω . Ограничиться случаем, когда волны линейно поляризованы и распространяются в одном направлении. Нелинейность считать слабой и отражением на границе кристалла пренебречь.

7 Оптические свойства

7.1. Найти линейную восприимчивость и диэлектрическую проницаемость газа свободных электронов.

7.2. Определить линейную диэлектрическую проницаемость в модели Лоренца (модели гармонического осциллятора).

7.3. Определить зависимость вектора гирации от частоты электромагнитного излучения при больших ее значениях. Использовать модель свободных электронов.

7.4. Определить линейную поляризуемость двухуровневой системы для частот, близких к резонансной.

7.5. Определить продольную и поперечную диэлектрическую проницаемость электронной системы, отвечающую однородным плазменным колебаниям.

7.6. Найти диэлектрическую проницаемость и коэффициент поглощения ионного кристалла.

7.7. Межатомное расстояние в кристалле NaCl составляет $a = 2,82 \text{ \AA}$, статическая диэлектрическая проницаемость и показатель преломления света равны $\epsilon(0) = 5,9$ и $n = 1,5$, а энергия поперечных оптических фононов имеет величину $T^* = 245 \text{ К}$. Оценить область частот и длин волн инфракрасного поглощения. Статическую (а) и оптическую (б) поляризуемости сравнить с поляризуемостью в области поглощения (в) при $\omega^2 = (\omega_T^2 + \omega_L^2)/2$.

7.8. Найти показатель преломления кубического кристалла, содержащего N атомов с поляризуемостью α , учитывая локальное поле Лоренца.

7.9. Оценить частоту оптических фононов в алмазе, если интенсивность антистоксовой компоненты рамановского рассеяния изменяется в $\alpha = 600$ раз при уменьшении температуры от 300 К до 150 К.

7.10. Показать, что в модели Друде–Лоренца показатель преломления металла на частоте ω определяется выражением:

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{\sigma/\epsilon_0}{i\omega(1 + i\tau\omega)}$$

где σ — статическая проводимость, τ — среднее время свободного пробега электрона.

7.11. Оценить глубину *скин-слоя* для меди ($\sigma = 5,8 \cdot 10^7 \text{ Ом}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$) для излучения с частотой $\omega = 10^{11} \text{ с}^{-1}$.

7.12. Определить длину волны излучения, при которой становятся прозрачными металлы, например (а) медь, (б) натрий.

7.13. Определить энергию фотонов, необходимую для образования экситона в CdS ($\epsilon = 16$; $m^* = 0,2m$; $E_g = 2,53 \text{ эВ}$).

7.14. Найти коэффициент отражения для металлов как функцию частоты ω падающего на него излучения на основе теории Друде. Рассмотреть следующие предельные случаи: а) $\tau\omega \ll 1$, б) $1 \ll \tau\omega \ll \tau\omega_p$, в) $\omega \gg \omega_p$

8 Магнитные свойства

8.1. Оценить напряженность магнитного поля, необходимого для создания намагниченности $M = 1,2 \cdot 10^3$ Гс в железе при $T = 1000^\circ \text{C}$. Сравнить величину этого поля с величиной поля Вейсса.

8.2. Кислород находится в однородном магнитном поле $H = 10^6$ А/м. Найти эффективный магнитный момент атома кислорода и объемную парамагнитную восприимчивость при температурах 200 и 400 К соответственно.

8.3. Найти температуру Нееля для антиферромагнетика с двумя эквивалентными подрешетками, константой молекулярного взаимодействия равной 10^3 , обменным взаимодействием величиной $-0,5 \cdot 10^3$ и постоянной Кюри 10^{-2} К.

8.4. Для системы N не взаимодействующих частиц со спином $S = 1/2$ во внешнем магнитном поле H найти свободную энергию, теплоемкость на одну частицу и намагниченность при температуре T .

8.5. В условиях предыдущей задачи найти флуктуацию магнитного момента.

8.6. Найти намагниченность и восприимчивость системы электронов (а) в металлах и (б) в собственных полупроводниках.

8.7. Магнитный момент атома гадолиния равен $7,95\mu_B$. Определить удельную намагниченность насыщения кристалла гадолиния, если он обладает решеткой типа ГЦК с периодом $3,2 \text{ \AA}$.

8.8. Парамагнитная соль, содержащая 10^{18} см^{-3} парамагнитных ионов с моментом $1\mu_B$, помещена в магнитное поле $H = 10^6$ Э. При $T = 300$ К найти намагниченность и вычислить отношение количества моментов, ориентированных по направлению поля, к числу моментов, ориентированных против поля.

8.9. Для наблюдения *эффекта Фарадея* была взята пластинка железа толщиной 15 мкм. Эффект измерялся в магнитном поле $H = 10^3$ Э на длине волны 656 мкм. Определить угол поворота плоскости поляризации.

8.10. При отражении поляризованного света от полированной поверхности никелевой пластинки, находящейся в сильном магнитном поле,

происходит поворот плоскости поляризации электромагнитной волны (*эффект Керра*). Найти выражение для угла такого поворота.

8.11. Найти в рамках модели Ландау–Лифшица толщину магнитного домена.

8.12. Выразить ширину доменной стенки l через константы обменного взаимодействия и магнитной анизотропии $K = \beta M_s/2$ на основе модели Ландау–Лифшица. Оценить l для Ni ($T_c = 630$ К, $M_s = 480$, постоянная решетки $a = 3,5 \cdot 10^{-8}$ см, $\beta = 1,7$).

8.13. В рамках модели Ландау–Лифшица найти скорость движения доменной стенки во внешнем магнитном поле, направленном вдоль оси легкого намагничивания.

8.14. В магнитном поле произвольного направления найти квазиклассические уровни энергии для частицы с законом дисперсии

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \varepsilon_0 + \left(\frac{1}{m}\right)_{ij} k_i k_j.$$

8.15. Найти закон дисперсии спиновых волн в ферромагнетике: изотропном (а), одноосном (б).

8.16. Найти закон дисперсии спиновых волн в антиферромагнетике: изотропном (а), одноосном (б).

8.17. В рамках изотропной модели ферромагнетика Гейзенберга найти спектр магнонов и сравнить полученный результат с законом дисперсии спиновых волн.

8.18. Найти спектр магнонов в модели Гейзенберга для одноосного ферромагнетика типа: (а) легкая плоскость, (б) легкая ось.

8.19. Найти спектр магнонов в модели Гейзенберга для изотропного антиферромагнетика.

8.20. Найти температурную зависимость магнонного вклада в спонтанную намагниченность в областях: (а) $2\sigma\mu_B M \ll k_B T \ll k_B T_c$ и (б) $k_B T \ll 2\pi\mu_B M$.

8.21. Решить предыдущую задачу для температуры $T \ll \mu_B KM$ где K — константа анизотропии в одноосном ферромагнетике.

8.22. Определить зависимость намагниченности от внешнего поля H при условии, что $B \gg 4\pi M$ и $k_B T \gg \mu_B H$

8.23. Определить при $T = 0$ зависимость намагниченности от внешнего поля H в случаях: изотропного ферромагнетика (а), одноосного ферромагнетика (б).

8.24. Пренебрегая взаимодействием между спинами, найти намагниченность парамагнетика в областях: $k_B T \gg \mu_B B$ (а), $k_B T \ll \mu_B B$ (б).

8.25. Показать, что для изотропного ферромагнетика Гейзенберга пространственное распределение статической намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ удовлетворяет уравнению:

$$\Delta \mathbf{M} + (\nabla \mathbf{M} \cdot \nabla \mathbf{M}) \mathbf{M} = 0$$

8.26. Для двухмерного изотропного ферромагнетика Гейзенберга найти распределение статической намагниченности, описывающее топологический дефект — вихрь.

8.27. Для одномерного изотропного ферромагнетика Гейзенберга найти уединенную спиновую волну и определить энергию, необходимую для ее возбуждения.

8.28. Для одномерного анизотропного (анизотропия типа легкой оси) ферромагнетика Гейзенберга найти уединенную спиновую волну и определить энергию, необходимую для ее возбуждения.

8.29. Для анизотропного ферромагнетика с легкой осью вывести уравнение движения доменной стенки. Показать, что 180° -доменные стенки отвечают стационарным решениям уравнения *sin-Гордона*

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \kappa \sin \theta$$

8.30. В рамках модели уравнения *sin-Гордона* описать процесс столкновения двух 180° -доменных стенок.

8.31. Исходя из соотношения неопределенности получить выражение для оценки напряженности поля внутризонного магнитного пробоя.

9 Сверхпроводимость

- 9.1.** Найти температурную зависимость энергетической щели в спектре $\Delta(T)$ (а) при низких температурах и (б) вблизи точки перехода T_c .
- 9.2.** Определить температурное поведение теплоемкости при низких температурах и вблизи точки перехода.
- 9.3.** В пределах $T \ll T_c$ и $T \approx T_c$ определить температурную зависимость напряженности критического магнитного поля H_c (а) в модели БКШ и (б) в модели Гинзбурга–Ландау.
- 9.4.** Для пленки толщиной, много меньшей длины когерентности ξ и лондоновской глубины проникновения магнитного поля λ , найти значение критического магнитного поля, параллельного плоскости пленки.
- 9.5.** Для сверхпроводника, характеризуемого параметром Гинзбурга–Ландау $\kappa \ll 1$ найти первую поправку по полю к лондоновской глубине проникновения.
- 9.6.** Для сверхпроводника второго рода определить нижнее, H_{c1} , и верхнее, H_{c2} , критическое поле.
- 9.7.** Определить критическое поле сверхпроводящего шарика малого радиуса.
- 9.8.** Найти энергию взаимодействия двух вихревых нитей, расположенных на расстоянии $d \gg \xi$ друг от друга.
- 9.9.** Найти плотность критического тока, при котором сверхпроводник переходит в нормальное состояние, — *ток распаривания*.
- 9.10.** На основе теории БКШ продемонстрировать существование *изотопического эффекта* — зависимости критической температуры $T_c \sim M^{-1/2}$ от массы атома кристаллической решетки M .
- 9.11.** Определить радиальное распределение магнитного поля в одиночной вихревой линии.
- 9.12.** Вывести уравнение для тока в цепи, состоящей из последовательного соединения сопротивления и сверхпроводника с туннельным контактом, если в цепи действует электродвижущая сила V_0 .
- 9.13.** Найти уравнение, описывающее ток в контакте Джозефсона. Рассмотреть (а) точечный и (б) распределенный контакт.

9.14. Показать, что в распределенном контакте Джозефсона поток магнитного поля квантуется. Вычислить ток, отвечающий одному флюксо-ну.

10 Резонансные явления

10.1. Вычислить величину магнитного поля, в котором резонансная частота для протона будет равна: а) 1 МГц, б) 1 кГц.

10.2. Найти величину магнитного поля, при котором частота электронного резонанса равна 10 ГГц.

10.3. Определить циклотронную эффективную массу и циклотронную частоту в магнитном поле H , направленном вдоль оси x , если закон дисперсии имеет вид: $\varepsilon(\mathbf{k}) = \alpha_x k_x^2 + \alpha_y k_y^2 + \alpha_z k_z^2$.

10.4. Для электронов проводимости в InSb оценить величину g -фактора при спиновом резонансе, если известны эффективная масса электрона $m^* = 0,014m$, ширина запрещенной зоны $E_g = 0,23$ эВ и спин-орбитальное расщепление $\Delta = 0,9$ эВ.

10.5. Рассчитать диэлектрическую проницаемость полупроводника при циклотронном резонансе и показать, что ее мнимая часть резко возрастает при частоте $\omega = eH/m^*c$

10.6. Рассчитать энергию отдачи покоящегося атома с массой $M = 100$ ат. ед. после испускания γ -кванта с энергией $\hbar\omega$. Определить долю этой энергии относительно энергии испущенного γ -кванта в случаях ядерного, $\hbar\omega = 100$ кэВ, и оптического, $\hbar\omega = 10$ эВ, излучений. Сравнить энергию отдачи с шириной резонансного уровня, если время жизни $\tau = 10^{-8}$ с одинаково в обоих случаях.

10.7. Насколько энергия γ -кванта, испускаемого атомом массой M , движущимся с начальной скоростью v , отличается от энергии резонансного перехода E_0 ? Определить скорость v , при которой $\delta E = E_0 - \hbar\omega$ равна нулю, используя данные задачи 10.6.

10.8. Определить красное смещение в эквивалентном поле, созданном вращающейся системой координат с угловым ускорением. Оценить число оборотов ротора с радиусом $R = 10$ см, для которого красное смещение сравнимо с шириной линии изотопа ^{57}Fe . Проанализировать этот кинематический эксперимент с точки зрения поперечного эффекта Доплера.

10.9. Получить выражение для эффекта температурного красного смещения для твердого тела, учитывая изменение массы излучающего ядра.

10.10. Определить вероятность безфононных переходов в модели Эйнштейна.

10.11. Для дебаевской модели твердого тела найти выражение для относительного числа актов испускания γ -квантов при температуре T , значительно превышающей температуру Дебая Θ_D .

10.12. Найти температурную зависимость фактора Дебая—Валлера при низких температурах ($T \ll \Theta_D$). Рассмотреть случаи модели Эйнштейна и модели Дебая.

10.13. Найти температурную зависимость сечения рассеяния нейтронов в ферромагнитном кристалле вблизи температуры Кюри.

10.14. Во сколько раз изменится вероятность испускания γ -квантов без отдачи, если температура кристалла увеличится в 10 раз? Рассмотреть модель Дебая для кристаллической решетки.

11 Кооперативные явления в твердых телах

11.1. Получить уравнение Эренфеста из уравнения Менделеева—Клапейрона.

11.2. При переходе титаната бария из кубической в тетрагональную фазу изменение объема элементарной ячейки составляет $0,062 \text{ \AA}^3$, а теплота фазового перехода равна 50 кал/моль . Чему равно изменение температуры Кюри под действием гидростатического давления величиной 1000 атм ?

11.3. Изменение коэффициента объемного расширения и теплоемкости никеля при фазовом переходе второго рода имеют следующие значения $\Delta\alpha_p = 7,5 \cdot 10^6 \text{ град}^{-1}$, $\Delta C_p = 7,95 \cdot 10^7 \text{ эрг/град}$. Рассчитать смещение температуры Кюри от приложенного давления.

11.4. В рамках теории фазовых переходов второго рода Ландау определить критические показатели для намагниченности β , восприимчивости γ и γ' , критической изотермы δ , теплоемкости α и α' .

- 11.5.** Найти скачок теплоемкости ΔC в точке фазового перехода, следуя теории Ландау.
- 11.6.** В приближении среднего поля найти намагниченность $M(T, H)$ как функцию температуры T и внешнего магнитного поля H для модели Изинга на d -мерной (гиперкубической) решетке.
- 11.7.** Для d -мерной модели Изинга в приближении среднего поля найти: (а) теплоемкость при $H = 0$, (б) намагниченность при $H = 0$, (в) изотермическую восприимчивость при $H = 0$, (г) критическую изотерму ($T = T_c$), (д) зависимость $M(T_c, H)$, (ж) корреляционную длину при $H = 0$ и парную корреляционную функцию при $T \rightarrow T_c + 0$ и $T \rightarrow T_c - 0$. Определить соответствующие критические показатели.
- 11.8.** Найти намагниченность в модели Изинга, модифицированной так, что каждый спин взаимодействует со всеми остальными спинами d -мерной решетки. Определить критическую температуру T_c и исследовать поведение термодинамических величин около T_c .
- 11.9.** Найти точное решение одномерной модели Изинга и исследовать поведение термодинамических величин при $T \rightarrow 0$.
- 11.10.** Проверить гипотезу подобия (*скейлинг*) для одномерной и d -мерной модели Изинга, рассмотренной в приближении среднего поля.
- 11.11.** Найти и сравнить значения критической температуры ферромагнетика со спином S для моделей Гейзенберга и Изинга. Обе модели рассмотреть в приближении среднего поля на кубической решетке.
- 11.12.** Найти критическую температуру для двумерной модели Изинга на квадратной решетке.
- 11.13.** В двумерной модели Изинга найти точное выражение для свободной энергии в нулевом внешнем поле.
- 11.14.** Найти свободную энергию и намагниченность в модели антиферромагнетика Гейзенберга на кубической решетке при $H = 0$ и $H \neq 0$.
- 11.15.** В приближении среднего поля сравнить температурные зависимости восприимчивости для ферромагнитной и антиферромагнитной моделей Изинга в случаях (а) $d = 1$ и (б) $d \geq 2$.
- 11.16.** Найти температурное поведение свободной энергии и намагниченности при ненулевом внешнем магнитном поле в модели плоских ротаторов.

- 11.17.** Показать, что модели «решеточного газа», бинарного сплава и модель Изинга эквивалентны.
- 11.18.** Найти средний магнитный момент системы N невзаимодействующих частиц со спином S в магнитном поле H как функцию температуры T .
- 11.19.** Определить восприимчивость системы невзаимодействующих частиц со спином S в пределе высоких и низких температур.
- 11.20.** Найти параметр ближнего порядка для модели Изинга в приближении Бете.
- 11.21.** Вывести выражение для свободной энергии как функции параметра порядка для модели бинарного сплава типа AB .
- 11.22.** Определить критическую температуру для модели бинарного сплава в приближении Брэгга–Вильямса.
- 11.23.** Используя приближение Брэгга–Вильямса, определить теплоемкость бинарного сплава типа AB .
- 11.24.** Для бинарного сплава типа A_yB_{1-y} найти критическую температуру как функцию относительной концентрации y .
- 11.25.** Вывести уравнение для параметра дальнего порядка в бинарном сплаве типа A_yB_{1-y} в приближении Брэгга–Вильямса.
- 11.26.** Найти точное решение задачи об одномерном бинарном сплаве типа A_yB_{1-y} установив связь этой модели с моделью Изинга.
- 11.27.** Используя связь модели бинарного сплава типа AB с моделью Изинга, найти в приближении Кирквуда температуру перехода порядок-беспорядок.
- 11.28.** В приближении Бете найти критическую температуру перехода порядок-беспорядок в модели бинарного сплава типа A_yB_{1-y} .
- 11.29.** Определить зависимость теплоемкости бинарного сплава типа A_yB_{1-y} от относительной концентрации y .
- 11.30.** Определить температурную зависимость флуктуаций параметра дальнего порядка для бинарного сплава типа AB .
- 11.31.** Каким ситуациям в модели бинарного сплава отвечают: а) ферромагнетик Изинга; б) антиферромагнетик Изинга?

11.32. Установить связь между моделями бинарного сплава и «решеточного газа».

Ответы к некоторым задачам

Глава 1

1.1. 2 (ОЦК). **1.2.** 7.54 г/см^3 . **1.3.** $\frac{\sqrt{3}\pi}{8}$.

1.4. ПК $\frac{V_{\text{ат}}}{V_{\text{яч}}} = \frac{\pi}{6} \simeq 0.52$, ОЦК $\frac{V_{\text{ат}}}{V_{\text{яч}}} = \frac{\sqrt{3}\pi}{8} \simeq 0.68$,

ГЦК $\frac{V_{\text{ат}}}{V_{\text{яч}}} = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \simeq 0.74$, ГПУ $\frac{V_{\text{ат}}}{V_{\text{яч}}} = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \simeq 0.74$

АЛМ $\frac{V_{\text{ат}}}{V_{\text{яч}}} = \frac{\sqrt{3}\pi}{16} \simeq 0.34$.

1.5. ПК 6, $R = a$; ОЦК 8, $R = \frac{\sqrt{3}a}{2}$; ГЦК 12, $R = \frac{a}{\sqrt{2}}$;

ГПУ 12, $R = a$; АЛМ 4, $R = \frac{\sqrt{3}a}{4}$.

1.6. $(\sqrt{2} - 1)R$. **1.7.** (5410) . **1.8.** $\frac{a}{\sqrt{10}}$.

1.13. $V_{\text{ОЦК}} = \frac{63R^3}{3\sqrt{3}}$, $V_{\text{ГЦК}} = 16\sqrt{2}R^3$, $V_{\text{ГПУ}} = 24\sqrt{2}R^3$.

1.15. $V = abc\sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}$,
 $V \approx 8 \cdot 10^2 \text{ \AA}$.

1.16. $V = abc \sin \beta$, $V = abc \sin \gamma$, $V = a^3 \sqrt{1 - 3 \cos^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha}$.

1.17. $\cos \alpha^* = \frac{\cos \beta \cos \gamma - \cos \alpha}{\sin \beta \sin \gamma}$, $\cos \beta^* = \frac{\cos \alpha \cos \gamma - \cos \beta}{\sin \alpha \sin \gamma}$,

$\cos \gamma^* = \frac{\cos \alpha \cos \beta - \cos \gamma}{\sin \alpha \sin \beta}$, $\cos i = \frac{(\mathbf{c}^*, \mathbf{a}^*)}{c^* a^*}$.

1.18. $a^* = a^2 \sin \alpha / V \approx 0,24 \text{ \AA}^{-1}$, $\alpha^* = 114^\circ 5'$

1.19. $d_{102} = 2,23 \text{ \AA}$.

1.20. $\frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}$, $d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{4(h^2 - hk + k^2)/3 + (la/c)^2}}$,
 $d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + (la/c)^2}}$, $d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$.

$$1.21. \cos \varphi = \frac{\frac{h_1 h_2}{a^2} + \frac{k_1 k_2}{b^2} + \frac{l_1 l_2}{c^2}}{\sqrt{\left(\frac{h_1^2}{a^2} + \frac{k_1^2}{b^2} + \frac{l_1^2}{c^2}\right) \left(\frac{h_2^2}{a^2} + \frac{k_2^2}{b^2} + \frac{l_2^2}{c^2}\right)}}, \varphi \approx 17^\circ.$$

$$1.22. \cos \varphi = \frac{hV}{a\sqrt{b^2 c^2 h^2 + a^2 b^2 c^2 - 1ab^2 ch \cos \alpha}}; \quad \varphi \approx 55^\circ.$$

$$1.23. \cos \varphi = \frac{u_1 u_2 a^2 + v_1 v_2 b^2 + w_2 w_2 c^2}{\sqrt{(u_1^2 a^2 + v_1^2 b^2 + w_1^2 c^2)(u_2^2 a^2 + v_2^2 b^2 + w_2^2 c^2)}}, \varphi \approx 36^\circ.$$

$$1.25. \alpha = 1,89 \cdot 10^{-5} \text{ град}^{-1}. \quad 1.26. E \simeq 0,08 \text{ эВ}.$$

$$1.28. 7. \quad 1.29. f = \int_0^\infty \frac{U(r) \sin \mu r}{\mu r} dr.$$

$$1.30. \text{Появятся (200)}. \quad 1.31. F \simeq 4,27 \cdot 10^{-5} \text{ дин}, p \simeq 16 \text{ кбар}.$$

$$1.32. \gamma = \frac{9Ba^5}{\alpha e^2} \simeq 9,57 \text{ \AA}, \quad \beta = \frac{\alpha e^2 \exp(\gamma/a)}{\gamma} \simeq 77,9 \text{ эВ}.$$

Глава 2

$$2.3. \frac{n_{\text{Sh}}}{n_{\text{Fr}}} \simeq \exp \left[-\frac{2w_{\text{Sh}} - w_{\text{Fr}}}{2k_{\text{B}}T} \right] = 7,37 \cdot 10^7$$

$$2.8. \text{а) } P(n, N) = pP(n-1, N-1) + qP(n+1, N-1);$$

$$\text{б) } P(n, N) = (C_n p)^{\frac{N+n}{2}} q^{\frac{N-n}{2}}; \quad \text{в) } \langle n^2 \rangle = N^2 - 4pqN(N-1);$$

$$\text{г) } \begin{cases} N_0 - 2 \leq N_{\text{max}} \leq n^2, & p \neq 1/2 \\ n^2 - 2 \leq N_{\text{max}} \leq n^2, & p = 1/2 \end{cases} \quad N_0 = \frac{\sqrt{4p^2 q^2 + n^2(1-4pq)} - 2pq}{1-4pq}.$$

$$2.9. \text{а) } \frac{\partial P}{\partial t} = \beta \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\alpha^2}{2} \beta \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}, \quad \beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{a(p-q)}{\Delta t}, \quad \alpha^2 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{a^2}{\Delta t};$$

$$\text{б) } P(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha^2 t}} \exp \left\{ -\frac{(x - \beta t)^2}{4\alpha^2 t} \right\};$$

$$\text{в) } \langle x(t) \rangle = \beta t, \quad \langle x^2(t) \rangle = (2\alpha^2 + \beta^2)t.$$

$$2.13. P(n, N) = \frac{n}{N} (C_n p)^{\frac{N-n}{2}} q^{\frac{N+n}{2}}, \quad q = 1 - p.$$

Глава 3

$$3.7. \rho \omega_{1,2}^2 = \frac{q^2}{2} \{ \lambda_1 + \lambda_3 \pm$$

$$\left. \pm \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_3)^2 - 4(\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_2 - 2\lambda_3) \sin^2 \theta \cos^2 \theta} \right\},$$

$$\rho \omega_3^2 = \lambda_3 q^2, \quad \text{где } q_x/q = \cos \theta$$

$$\mathbf{3.8.} \quad \rho \omega_1^2 = q^2 (b \sin^2 \theta + d \cos^2 \theta),$$

$$\rho \omega_{2,3}^2 = \frac{q^2}{2} \left\{ a \sin^2 \theta + f \cos^2 \theta + d \pm \sqrt{[(a-d) \sin^2 \theta + (d-f) \cos^2 \theta]^2 (c+d) \sin^2 2\theta} \right\},$$

где a, b, c, d, f — упругие модули,

θ — угол между осью z и вектором \mathbf{q} : $q_x = q \sin \theta, q_y = 0, q_z = q \cos \theta$

$$\mathbf{3.9.} \quad \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{q^2 v_t^2}\right)^4 = \left(1 - \frac{\omega^2}{q^2 v_t^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{q^2 v_l^2}\right)$$

Глава 4

$$\mathbf{4.2.} \quad \langle q^2 \rangle = \frac{\hbar}{2m\omega} \operatorname{ch} \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T} \right), \quad \langle p^2 \rangle = \frac{m\hbar\omega}{2} \operatorname{cth} \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T} \right),$$

$$E_{\text{пот}} = E_{\text{кин}}, \quad E = \langle E_{\text{пот}} \rangle + \langle E_{\text{кин}} \rangle = \frac{\hbar\omega}{2} \operatorname{cth} \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T} \right).$$

$$\mathbf{4.3. a)} \quad E = 3N \frac{\hbar\omega}{2} \operatorname{cth} \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T} \right), \quad \mathbf{б)} \quad E = 3N k_B T.$$

$$\mathbf{4.4.} \quad \omega(q) = \omega_0 |\sin(aq/2)|, \quad \omega_0 = 2\sqrt{\beta/m}.$$

$$\mathbf{4.11.} \quad \omega^2 = \frac{\omega_t^2 \epsilon_0 + c^2 q^2}{2n^2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_t^2 \epsilon_0 + c^2 q^2}{2n^2} \right)^2 - \frac{\omega_t^2 c^2 q^2}{n^2}}.$$

$$\mathbf{4.13.} \quad \varepsilon(k) = W_0 + 2U_0 \cos(ak).$$

$$\mathbf{4.14.} \quad P \frac{\sin \alpha l}{\alpha l} + \cos \alpha l = \cos kl, \quad \alpha = \sqrt{\frac{2mW}{\hbar^2}}, \quad P = \lim_{\substack{b \rightarrow 0 \\ W \rightarrow \infty}} \alpha^2 lb,$$

$$\mathbf{4.15.} \quad \omega^2(q) = \omega_p^2 + v_s^2 q^2, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi n_e e^2}{m_e}, \quad v_s \text{ — скорость звука.}$$

$$\mathbf{4.16.} \quad \omega_p \simeq 10^{16} \text{ с}^{-1}. \quad \mathbf{4.18.} \quad \varepsilon(k) = 4JS[1 - \cos(ak)]. \quad \mathbf{4.19.} \quad m^* = \frac{\hbar^2}{2a^2 U_0}.$$

$$\mathbf{4.20.} \quad E_g \simeq 2|V(\mathbf{G})|. \quad \mathbf{4.21.} \quad \varepsilon(\mathbf{p}) = E_g + \frac{p^2}{2(m_e + m_p)} - \left(\frac{m_e m_p}{m_e + m_p} \right) \frac{e^4}{2\hbar^2 \epsilon n^2}.$$

$$\mathbf{4.22.} \quad \varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{p^2}{2m^*}, \quad m^* = \frac{ma\hbar\omega}{e^2 f(1 - 3 \cos^2 \varphi)}. \quad \mathbf{4.23.} \quad \varepsilon(k) = 2JS \sin(ak).$$

Глава 5

5.1. $\omega^2(q) = \frac{2\beta}{m}[1 - \cos(aq)].$ **5.2.** $v = a\sqrt{\frac{\beta}{m}}.$

5.3. $\omega^2(q) = \frac{\beta}{m_1 m_2} \left[m_1 + m_2 \pm \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2 \cos(aq)} \right].$

5.4. $v_p = \frac{2}{k} \sqrt{\frac{\beta}{m} \left| \sin \frac{aq}{2} \right|},$ $v_g = a \sqrt{\frac{\beta}{m} \left| \cos \frac{aq}{2} \right|}.$ **5.5.** $v = a \sqrt{\frac{\beta}{2(m_1 + m_2)}}.$

5.8. $\omega^2(q) = \frac{1}{m} \left[\beta_1 + \beta_2 \pm \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2 + 2\beta_1 \beta_2 \cos(aq)} \right].$

5.9. $\omega^2(q) = \sqrt{\frac{2\beta_2}{m} \left| \sin \frac{aq}{2} \right|}.$

5.11. $\frac{C}{3Nk_B} = \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \int_0^{\frac{\Theta_D}{T}} \frac{3x^4 e^x dx}{(e^x - 1)^2} = \begin{cases} 1 - \frac{1}{20} \left(\frac{\Theta_D}{T} \right)^2, & T \gg \Theta_D \\ \frac{4\pi^4}{5} \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3, & T \ll \Theta_D \end{cases}$

5.12. $\Theta_D = \frac{\hbar}{k_B} \sqrt{\frac{2\beta}{m}}$ **5.13.** Используйте результаты **5.11** и **5.12**

5.14. $C \simeq 3Nk_B \left[1 + \frac{6k_B T}{\alpha} \left(\frac{\gamma}{\alpha} + \frac{5\beta^2}{2\alpha^2} \right) \right] \simeq 3Nk_B \left(1 + \frac{21k_B T}{a^2 \alpha} \right).$

5.16. $C \propto T^{3/n}$ **5.20.** $k_B T$ **5.21.** $\Theta_D = 215 \text{ K},$ $g(\varepsilon_F) = 1,6 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3} \cdot \text{эВ}^{-1}$

5.22. $v^* = \left(\frac{V_a}{6\pi^2} \right)^{1/3} \frac{k_B \Theta_D}{\hbar},$ алмаз: $V_a = \frac{a^3}{8}, v^* \simeq 11200 \text{ м/с};$

празеодим: $V_a = \frac{\sqrt{3}a^2 c}{4}, v^* \simeq 813 \text{ м/с}.$

5.25. Статистическая сумма цепочки: $Z_N(P, T) = \left(\frac{k_B T}{\hbar^2} \right) Q^N,$

средняя энергия на один узел: $\frac{E(P, T)}{N} = \frac{k_B T}{2} + k_B T^2 \frac{\partial \ln Q}{\partial T},$

где N — число узлов, $Q = \frac{1}{b} \exp \left(\frac{a}{bk_B T} \right) \left(\frac{bk_B T}{a} \right)^{\frac{a+P}{bk_B T}} \Gamma \left(\frac{a+P}{bk_B T} \right),$

5.26. $\bar{x} = -k_B T \frac{\partial \ln Q}{\partial P} = -\frac{1}{b} \left[\ln \frac{bk_B T}{a} + \Psi \left(\frac{a+P}{bk_B T} \right) \right],$ $\Psi(y) = \frac{\partial \ln \Gamma(y)}{\partial y},$

$$\bar{x} = \frac{k_B T}{2(a+P)}, \text{ при } T \rightarrow 0.$$

$$\mathbf{5.27.} \quad \beta m a^4 = \hbar^2. \quad \mathbf{5.28.} \quad C = \frac{N \Delta E^2}{4 k_B T^2} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\Delta E}{2 k_B T} \right).$$

$$\mathbf{5.30.} \quad \frac{C}{n k_B} \simeq \frac{3}{2} \left(1 - \frac{n}{64 V} \frac{\hbar^3}{(\pi m k_B T)^{3/2}} \right) \quad \mathbf{5.31.} \quad \frac{C}{n k_B} \simeq \frac{\pi^2 k_B T}{2 \varepsilon_F}$$

$$\mathbf{5.34.} \quad C \simeq \frac{\pi^2 n k_B^2 T}{\varepsilon_F}, \text{ при } T \rightarrow 0. \quad \mathbf{5.35.} \quad T^* = \sqrt{\frac{5 \gamma \Theta_D^3}{12 \pi^4 R}} = 3, 44,$$

$$\text{(а) } \frac{C_{\text{el}}}{C_{\text{ph}}} = \frac{T^{*2}}{T^2} = 2, 96, \quad \text{(б) } \frac{C_{\text{el}}}{C_{\text{ph}}} = \frac{\gamma T}{3 R} \simeq 8, 8 \cdot 10^{-3}.$$

$$\mathbf{5.37. а) } \quad C \simeq 0, 113 k_B \left(\frac{k_B T}{2 S J a^2} \right)^{3/2},$$

$$\text{б) } \quad C \simeq \frac{4 \pi^2}{S} \left(\frac{2 n k_B T}{\Theta_N} \right)^3, \quad \omega_0 / k_B \ll T \ll \Theta_N.$$

Глава 6

$$\mathbf{6.3.} \quad g(\varepsilon) = \frac{V m \sqrt{2 m \varepsilon}}{\pi^2 \hbar^3}. \quad \mathbf{6.4.} \quad 6 \text{ эВ.} \quad \mathbf{6.5.} \quad m^* = 1, 2 m.$$

$$\mathbf{6.6.} \quad \langle \varepsilon \rangle = \frac{3 \varepsilon_F}{5}, \quad \varepsilon_F = \frac{(6 \pi^2)^{2/3} \hbar^2}{2 m^* a^2} = 2, 47 \text{ эВ.}$$

6.7. $\tilde{n} \simeq g(\mu) \delta$, где $g(\mu)$ — плотность состояний на поверхности Ферми.

$$\mathbf{6.8.} \quad \frac{\tilde{n}}{n} \simeq \frac{3 k_B T}{2 \varepsilon_F} \simeq 1, 6\%. \quad \mathbf{6.10. а) } \quad \varepsilon_F \simeq 1 \text{ эВ.}$$

$$\mathbf{6.11.} \quad \varepsilon = \varepsilon_0 - \alpha - \gamma \sum_m \exp(i \mathbf{k} \mathbf{R}_m),$$

$\varepsilon = \varepsilon_0 - \alpha - \gamma [\cos(a k_x) + \cos(a k_y) + \cos(a k_z)]$, для простой кубич. решетки.

$$\mathbf{6.12. а) } \quad \varepsilon_F = N / 2 g_0, \quad \text{б) } \quad k_B T \gg N / 2 g_0.$$

$$\mathbf{6.13.} \quad \mu \simeq \varepsilon_F \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right)^2 - \frac{\pi^4}{80} \left(\frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right)^4 \right],$$

$$E \simeq \frac{3 \varepsilon_F}{5} \left[1 + \frac{5 \pi^2}{12} \left(\frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right)^2 - \frac{\pi^4}{16} \left(\frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right)^4 \right].$$

$$\mathbf{6.15.} \quad P_0 = \frac{\hbar^2 \sqrt[3]{9 \pi^4 n^5}}{5 m} \simeq 10^5 \text{ Па} = 1 \text{ атм.}$$

6.22. $v_d = 3 \cdot 10^{-6}$ м/с, $v_T = 10^6$ м/с.

6.23. $\tau = \frac{4lm^*}{\pi R d^2 e^2 n}$, $l = v_F \tau = \frac{\hbar(3\pi^2 n)^{1/3} \tau}{m^*}$,
 $\tau \simeq 6,3 \cdot 10^{-14}$ с, $l \simeq 760$ Å, $\tau_0 \simeq 6,3 \cdot 10^{-11}$ с, $l_0 \simeq 76$ мкм.

6.27. $\chi = \frac{\mu_B^2}{k_B T} \frac{2N_d}{2 + \exp[-(E_d + \mu)/k_B T]}$. **6.28.** $\chi = \frac{N\mu_B^2}{3V k_B T}$.

6.34. $\frac{\chi_{\text{невыр}}}{\chi_{\text{выр}}} = \frac{2T_F}{9T}$. **6.36.** $T_{1/H} = \frac{2\mu_B}{\varepsilon_F}$.

6.40. $\kappa(T) = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P} \simeq \frac{3\nu}{2\varepsilon_F} \left(1 - \frac{\pi^2 k_B T}{18\varepsilon_F}\right)$, $\kappa(0) = 11,7 \cdot 10^{-12}$ см²/дин

6.48. $p(300 \text{ K}) = 10^{14}$ см⁻³, $p(77 \text{ K}) = 10^{14}$ см⁻³, $p(4,21 \text{ K}) = 10^9$ см⁻³.

6.49. $\varepsilon_F = -\varepsilon_d + k_B T \ln \left\{ \frac{1}{4} \left[\sqrt{1 + 4n_d \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m^* k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{\varepsilon_d}{k_B T}\right)} - 1 \right] \right\}$.

6.51. $R_H = \frac{3\pi}{8ec} \frac{u_p^2 p - u_n^2 n}{(u_p p + u_n n)^2}$. **6.55.** $\tau = \frac{t_2 - t_1}{\ln(n_1/n_2)}$.

6.56. Ge: $\Delta\sigma/\sigma \simeq 5$, n-Ge: $\Delta\sigma/\sigma \simeq 0,15$, p-Ge: $\Delta\sigma/\sigma \simeq 0,31$

6.58. $\Delta n(t) = \Delta n(0) \exp(-t/\tau)$.

6.59. $\Delta n(t) = \frac{\Delta n(0)}{1 + \gamma \Delta n(0)t}$. **6.63.** $S \simeq 2,5 \cdot 10^{-16}$ см².

6.64. $D = \frac{k_B T}{e} \frac{n_0 + p_0}{n_0/\mu_p + p_0/\mu_n}$. **6.65.** $\Delta p(0) = 10^{12}$ см⁻³.

6.66. $\Delta p(0) \simeq \frac{g_0 \tau_p}{\alpha(L_p + S\tau_p)}$. **6.67.** $V_D = 1,6 \cdot 10^{-5}$ В.

6.70. $V_{\text{фм}} = \frac{hDBe(\mu_n + \mu_p)[\Delta n(0) - \Delta n(l)]}{l\sigma_0 + e(\mu_n + \mu_p) \int_0^l \Delta n(x) dx}$.

6.74. $V_c = \varphi_1 - \varphi_2$, где $e\varphi_{1,2}$ — работа выхода металлов.

6.76. $I = I_S \left(1 - \exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right)\right)$, где $\begin{cases} I_S = e\langle v_D \rangle n_0, \\ I_S = e\langle v_T \rangle n \exp\left(\frac{eV_c}{k_B T}\right). \end{cases}$

6.77. $I = I_S \left(1 - \exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right)\right)$, где $I_S = \frac{neD_n}{L_n} + \frac{peD_p}{L_p}$.

$$6.81. n(x) = n_0 \left(\frac{x_0}{x_0 + x} \right)^2, \quad x_0 = \sqrt{\frac{k_B T}{2\pi n_0 e^2}}.$$

$$6.89. d = \alpha E = \frac{\alpha e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \simeq 1,44 \cdot 10^{-31} \text{ Кл}\cdot\text{м}. \quad 6.92. \alpha = \frac{d^2}{3k_B T}.$$

$$6.93. C = k_B N \left(1 - \frac{pE/k_B T}{\text{sh}^2(pE/k_B T)} \right). \quad 6.96. \frac{E}{E_L} = 1 - \frac{\alpha N}{3\epsilon_0} \simeq 0,823.$$

Глава 7

$$7.1. \epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi n e^2}{m}. \quad 7.2. \epsilon(\omega) = 1 - \frac{4\pi n_0 e^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma}.$$

$$7.3. \mathbf{g} = \frac{4\pi n e^2}{m^2 c \omega^3} \mathbf{H} \quad 7.4. \text{Re } \chi = \frac{2d}{\hbar} \frac{\Delta\omega T_2^2}{1 + T_2^2 \Delta\omega^2}, \quad \text{Im } \chi = \frac{2d}{\hbar} \frac{T_2}{1 + T_2^2 \Delta\omega^2}.$$

$$7.6. \epsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi N e^2 (m + M)}{mM} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma}.$$

$$7.7. \nu = (5, 1 - 8, 26) \cdot 10^{12} \text{ Гц}, \quad \lambda = 36 - 59 \text{ мкм},$$

$$(a) 6,64 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3, \quad (б) 3,15 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3, \quad (в) 139 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3.$$

$$7.8. n^2 = \epsilon = 1 + \frac{12\pi\alpha N}{3 - \alpha N}. \quad 7.9. \nu \simeq \frac{\ln \alpha}{h} \frac{k_B T_1 T_2}{T_1 - T_2} \simeq 4 \cdot 10^{13} \text{ Гц}.$$

$$7.11. \delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma\omega}} \simeq 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ см}. \quad 7.12. \lambda_0 = \sqrt{\frac{\pi m c^2}{N e^2}}, \quad 2070 \text{ \AA} \text{ для Na}.$$

$$7.13. \hbar\omega = E_g - |E_{\text{ex}}|, \text{ где}$$

$$E_{\text{ex}} = -\frac{e^4}{2\hbar\epsilon} \frac{m_p m_n}{m_p + m_n} = -1,7 \text{ мэВ} - \text{энергия осн. сост. экситона}.$$

$$7.14. R = \begin{cases} 1 - \sqrt{\frac{2\omega}{\pi\sigma}}, & \tau\omega \ll 1, \\ 1 - \frac{2}{\omega_p \tau}, & 1 \ll \omega\tau \ll \omega_p \tau, \\ 0, & \omega_p \ll \omega. \end{cases}$$

Глава 8

$$8.1. H_{\text{эф}} = 10^7 \text{ Э}.$$

$$8.4. \frac{F}{Nk_B} = -T \ln \left(2 \operatorname{ch} \frac{\mu H}{k_B T} \right), \quad \frac{C}{Nk_B} = \left(\frac{\mu H}{k_B T} \right)^2 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\mu H}{k_B T} \right),$$

$$\frac{S}{Nk_B} = \ln \left(2 \operatorname{ch} \frac{\mu H}{k_B T} \right) - \frac{\mu H}{k_B T} \operatorname{th} \frac{\mu H}{k_B T}, \quad \frac{M}{N\mu} = \operatorname{th} \frac{\mu H}{k_B T}.$$

$$8.5. \left\langle (M - \langle M \rangle)^2 \right\rangle = \mu^2 \operatorname{sech}^2 \frac{\mu H}{k_B T}.$$

$$8.6. \text{ а) } \chi_{\pi} = \frac{3\mu_B^2 n}{2k_B T_F}, \quad \chi_{\pi} = -\frac{\mu_B^2 n}{k_B T_F}, \quad \text{ б) } \chi_{\pi} = \frac{\mu_B^2 n}{k_B T_F}.$$

$$8.8. \frac{N_{\uparrow}}{N_{\downarrow}} = \exp \left(-\frac{\mu H}{k_B T} \right) \simeq 0,631, \quad M = \frac{N}{V} \frac{\mu^2 H}{3k_B T} \simeq 1,38 \cdot 10^{-6} \text{ ГГСЭ}.$$

$$8.11. l = \sqrt{\frac{k_B T_c}{a\beta M_s^2}} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ см.} \quad 8.12. d = 2L \left(\frac{4k_B T_c}{a\beta M_s^2} \right)^{1/4}.$$

$$8.13. v = \frac{eH}{mc} \frac{M_s}{\lambda} \sqrt{\frac{k_B T_c}{a\beta M_s^2}}.$$

$$8.14. \varepsilon_n(k_z) = \frac{\hbar e H}{m_{\perp} c} (n + 1/2) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_{\parallel}}, \quad \text{где } \mathbf{n} = \frac{\mathbf{H}}{H},$$

$$m_{\perp} = \sqrt{\frac{m_1 m_2 m_3}{m_{\parallel}}}, \quad m_{\parallel} = m_1 n_1^2 + m_2 n_2^2 + m_3 n_3^2.$$

$$8.15. \text{ а) } \omega(\mathbf{q}) = \frac{eM_0}{mc} \alpha(\mathbf{n}) q^2, \quad \text{ б) } \omega(\mathbf{q}) = \gamma q^2 \sqrt{a\alpha(\mathbf{q}) - b^2(\mathbf{v}, \mathbf{n})^2}.$$

$$8.18. \text{ а) } K < 0, \quad \sin \theta = k_x/k,$$

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = 2\mu_B M_0 \sqrt{\alpha k^2 (\alpha k^2 + |K|) + 4\pi \sin^2 \theta (\alpha k^2 + |K| \sin^2 \varphi)},$$

$$\text{ б) } K > 0, \quad \varepsilon(\mathbf{k}) = 2\mu_B M_0 \sqrt{(\alpha k^2 + K)(\alpha k^2 + K + 4\pi \sin^2 \theta)}.$$

$$8.20. \text{ а) } M(T) - M_0 \propto T^{3/2}. \quad 8.21. M(T) \propto \exp(2K\mu_B M_0/k_B T).$$

$$8.22. M - M_0 \propto \sqrt{H}. \quad 8.23. \text{ а) } \frac{\partial M}{\partial B} \propto \ln \frac{4\pi M_0}{B}.$$

$$8.24. \text{ а) } M \simeq \frac{2N\mu_B}{V} \frac{2\mu_B S(S+1)H}{3k_B T}, \quad \text{ б) } M \simeq \frac{2N\mu_B}{V} \left(1 - \exp \frac{4\mu_B H}{k_B T} \right).$$

$$8.27. \mathbf{S} = \left(\frac{2r \sin \phi}{1+r^2}, \frac{2r \cos \phi}{1+r^2}, \frac{1-r^2}{1+r^2} \right), \quad (r, \phi) - \text{ полярные координаты.}$$

Глава 9

9.1. а) $\frac{\Delta(T)}{\Delta_0} = 1 - \sqrt{\frac{2\pi k_B T}{\Delta_0}} \exp\left(-\frac{\Delta_0}{k_B T}\right)$, **б)** $\Delta(T) = 3,06 T_c \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}$.

9.2. а) $C \propto T^{3/2} \exp\left(-\frac{\Delta_0}{k_B T}\right)$, **б)** $C = C_n(T_c) \left[2,43 + 3,77 \left(\frac{T}{T_c} - 1\right)\right]$.

9.3. $\frac{H_c}{H_c(0)} = \begin{cases} 1 - \frac{\gamma^3 T^2}{3T_c^2}, & T \ll T_c, \\ 1,73 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right), & T \leq T_c. \end{cases}$ **9.4.** $H_c^{\parallel} = \sqrt{24} H_c \lambda / d$.

9.5. $\delta\lambda = \frac{\lambda\kappa}{4\sqrt{2}} \left(\frac{H}{H_c}\right)^2$

9.6. $H_{c1} = \frac{\phi_0^2}{4\pi\lambda^2} \ln \kappa = \frac{\ln \kappa}{\kappa} H_c$, $H_{c2} = \frac{\phi_0^2}{2\pi\xi^2} = \sqrt{2}\kappa H_c$, $H_c = \frac{\phi_0^2}{2\sqrt{2}\pi\lambda\xi}$,

где $\phi_0 = \frac{hc}{2e}$ — квант потока, $\kappa = \frac{\lambda}{\xi}$ — параметр Гинзбурга-Ландау.

9.7. $H_c = 2\sqrt{5} H_c \lambda / R$, $R \ll \lambda$. **9.8.** $w = \frac{\phi_0^2}{8\pi^2\lambda^2} K_0\left(\frac{d}{\lambda}\right)$.

9.11. $B(r) = \frac{\phi_0^2}{2\pi\lambda^2} K_0\left(\frac{d}{\lambda}\right)$, $r \gg \xi$.

Глава 10

10.1. $H = mc\omega/e$, **а)** $H = 100 \text{ Э}$, **б)** $H = 0,1 \text{ Э}$. **10.2.** $H = 560 \text{ Э}$.

10.3. $\frac{1}{m_c^2} = \frac{\cos^2 \theta}{m_{\perp}^2} + \frac{\sin^2 \theta}{m_{\parallel}^2}$. **10.6.** $E_r = \frac{E_{\gamma}}{2Mc^2}$ **10.7.** $\delta E = \frac{c}{v} E_{\gamma}$.

10.10. $W = \exp\left(-\frac{R}{N\hbar\omega_{ph}}\right)$, $R = \frac{K^2}{2M} = \frac{E_{\gamma}^2}{2Mc^2}$.

10.11. $W = \exp\left(-\frac{6RT}{k_B\Theta_D^2}\right)$.

10.12. $W_{\text{DW}} = \frac{3R}{2k_B\Theta_D} \left[1 + \frac{2\pi^2}{3} \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^2 + \dots\right]$, модель Дебая.

10.14. $\frac{W(10T)}{W(T)} = \exp\left(-\frac{54RT}{k_B\Theta_D^2}\right)$.

Глава 11

11.4. $\beta = 1/2$, $\gamma' = \gamma = 1$, $\delta = 3$, $\alpha' = \alpha = 0$. **11.5.** $\Delta C = \frac{a^2 T_c}{2B}$.

11.8. $k_B T_c = 2J$. **11.9.** $Z_N = 2^N \left(\text{ch}^N \frac{J}{k_B T} + \text{sh}^N \frac{J}{k_B T} \right)$ при $H = 0$.

11.12. $k_B T_c = -\frac{2J}{\ln(\sqrt{2} - 1)}$.

11.21. $F(X, T) = E - TS$, где

$E = E_0 - NT_c X^2/2$, $T \leq T_c$ — средняя энергия сплава,

$S = -(N/4)[(1 + X) \ln(1 + X) + (1 - X) \ln(1 - X)]$ — энтропия,

а параметр порядка, определяется уравнением $X(T) = \text{th}(T_c X/T)$

11.22. $T_c = \frac{r\nu}{2}$, r — число ближайших соседей. **11.23.** $C = -T_c^2 X \frac{dX}{dT}$.

11.24. $T_c = 4y(1 - y)T_{c0}$, T_{c0} — критическая температура AB сплава.

11.25. $X(1 - y + yX^2) = \text{th} \frac{4yXT_{c0}}{T}$.

Список литературы

Предисловие

1. В.Л. Бонч-Бруевич, И.П. Звягин, И.В. Карпенко, А.Г. Миронов. *Сборник задач по физике полупроводников*. М.: Наука, 1968.
2. Быковский Ю.А., Елесин В.Ф., Маныкин Э.А. *Сборник задач и упражнений по физике твердого тела*. М.: МИФИ, 1969.
3. Варикаш В.М., Хачатрян Ю.М. *Избранные задачи по физике твердого тела*. Минск: Высшая школа, 1969.
4. Кубо Р. *Статистическая механика*. М.: Мир, 1967.
5. *Задачи по термодинамике и статистической физике*. Под ред. П. Ландсберга. М.: Мир, 1974.
6. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. *Статистическая физика. Ч.2. Теория конденсированного состояния*. М.: Наука, 1978.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Статистическая физика. Ч.1*. М.: Наука, 1976.
8. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. *Физическая кинетика*. М.: Наука, 1979.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред*. М.: Наука, 1982.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория упругости*. М.: Наука, 1987.
11. Хир К. *Статистическая механика, физическая теория и стохастические процессы*. М.: Мир, 1976.
12. Шиллинг Г. *Статистическая физика в примерах*. М.: Мир, 1976.
13. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. *Фейнмановские лекции по физике*. Вып. 4-7. М.: Мир, 1966, 1967.

1. Основы кристаллографии

1. Займан Дж. *Принципы теории твердого тела*. М.: Мир, 1974. Глава 1.
2. Киттель Ч. *Введение в физику твердого тела*. М.: Физматгиз, 1978.
3. Джонс Г. *Теория зон Бриллюэна и электронные состояния в кристаллах*. М.: Мир, 1968.
4. Давыдов А.С. *Теория твердого тела*. М.: Наука, 1976. Глава 1.

5. Уэрт Ч., Томсон Р. *Физика твердого тела*. М.: Мир, 1969. Глава 2.
6. Кубо Р. *Статистическая механика*. М.: Мир, 1967. Глава 6.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Статистическая физика. Ч.1*. М.: Наука, 1976. Глава 13.
8. Харрисон У. *Теория твердого тела*. М.: Мир, 1972. Глава 1.
9. Ашкрофт Н., Мермин Н. *Физика твердого тела*. М.: Мир, 1979. Т.1, Главы 4–7.

2. Дефекты и диффузия

1. Кубо Р. *Статистическая механика*. М.: Мир, 1967. Глава 1.
2. Жирифалько Л. *Статистическая физика твердого тела*. М.: Мир, 1975.
3. Уэрт Ч., Томсон Р. *Физика твердого тела*. М.: Мир, 1969. Главы 3, 4, 6.
4. Хакен Х. *Квантовая теория твердого тела*. М.: Наука, 1980. Глава 2.
5. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. *Физическая кинетика*. М.: Наука, 1979. Глава 2.
6. Ашкрофт Н., Мермин Н. *Физика твердого тела*. М.: Мир, 1979. Т.2, Глава 30.

3. Упругие свойства

Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория упругости*. М.: Наука, 1987

4. Квазичастицы в твердых телах

1. Киттель Ч. *Квантовая теория твердых тел*. М.: Наука, 1967. Главы 2–4, 7, 15.
2. Хакен Х. *Квантовая теория твердого тела*. М.: Наука, 1980. Главы 4, 5.
3. Займан Дж. *Принципы теории твердого тела*. М.: Мир, 1974. Главы 2–6.
4. Харрисон У. *Теория твердого тела*. М.: Мир, 1972, Главы 2–4.

5. Кубо Р. *Статистическая механика*. М.: Мир, 1967.
6. Давыдов А.С. *Теория твердого тела*. М.: Наука, 1976. Главы 2–6, 9, 10, 12.
7. Нокс Р.С. *Теория экситонов*. М.: Мир, 1966.
8. Агранович В.М. *Теория экситонов*. М.: Наука, 1968
9. Маделунг О. *Теория твердого тела*. М.: Наука, 1980

5. Тепловые свойства

1. Киттель Ч. *Квантовая теория твердых тел*. М.: Наука, 1967. Главы 2, 3.
2. Кубо Р. *Статистическая механика*. М.: Мир, 1967.
3. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. *Физическая кинетика*. М.: Наука, 1979. Главы 7, 9.
4. Займан Дж. *Принципы теории твердого тела*. М.: Мир, 1974. Главы 2.
5. Харрисон У. *Теория твердого тела*. М.: Мир, 1972. Глава 4
6. Нокс Р.С. *Теория экситонов*. М.: Мир, 1966.
7. Агранович В.М. *Теория экситонов*. М.: Наука, 1968
8. Тода М. *Теория нелинейных решеток*. М.: Мир, 1984
9. Ашкрофт Н., Мермин Н. *Физика твердого тела*. М.: Мир, 1979. Т.2, Главы 22–26.

6. Электронные свойства

1. Киттель Ч. *Квантовая теория твердых тел*. М.: Наука, 1967. Главы 9–13.
2. Хакен Х. *Квантовая теория твердого тела*. М.: Наука, 1980. Главы 4, 5.
3. Уэрт Ч., Томсон Р. *Физика твердого тела*. М.: Мир, 1969. Главы 9, 12–14.
4. Займан Дж. *Принципы теории твердого тела*. М.: Мир, 1974. Главы 3–6.
5. Киттель Ч. *Введение в физику твердого тела*. М.: Физматгиз, 1978.

6. Давыдов А.С. *Теория твердого тела*. М.: Наука, 1976. Глава 5–7.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Статистическая физика. Ч.2*. М.: Наука, 1978. Глава 6.
8. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. *Физическая кинетика*. М.: Наука, 1979. Глава 9.
9. Джонс Г. *Теория зон Бриллюэна и электронные состояния в кристаллах*. М.: Мир, 1968.
10. Кубо Р. *Статистическая механика*. М.: Мир, 1967. Глава 4.
11. Харрисон У. *Теория твердого тела*. М.: Мир, 1972. Главы 2, 3.
12. Стилбанс Л.С. *Физика полупроводников*. М.: Сов. радио, 1967.
13. Маделунг О. *Теория твердого тела*. М.: Наука, 1980
14. Ашкрофт Н., Мермин Н. *Физика твердого тела*. М.: Мир, 1979. Т.1, Главы 1–3, 8–18.

7. Оптические свойства

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред*. М.: Наука, 1982. Главы 9–13.
2. Киттель Ч. *Квантовая теория твердых тел*. М.: Наука, 1967. Глава 3.
3. Займан Дж. *Принципы теории твердого тела*. М.: Мир, 1974. Глава 8.
4. Уэрт Ч., Томсон Р. *Физика твердого тела*. М.: Мир, 1969. Главы 16, 17.
5. Давыдов А.С. *Теория твердого тела*. М.: Наука, 1976. Главы 8, 9, 11–14.
6. Панков Ж. *Оптические процессы в полупроводниках*. М.: Мир, 1973.
7. Харрисон У. *Теория твердого тела*. М.: Мир, 1972. Глава 3.
8. Маделунг О. *Теория твердого тела*. М.: Наука, 1980

8. Магнитные свойства

1. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. *Статистическая физика. Ч.2. Теория конденсированного состояния*. М.: Наука, 1978. Глава 7.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред*. М.: Наука, 1982. Глава 5.
3. Займан Дж. *Принципы теории твердого тела*. М.: Мир, 1974. Глава

- 10.
4. Уэрт Ч., Томсон Р. *Физика твердого тела*. М.: Мир, 1969. Главы 18–20.
5. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. *Спиновые волны*. М.: Наука, 1967
6. Тябликов С.В. *Методы квантовой теории магнетизма*. М.: Наука, 1975.
7. Матгис Д. *Теория магнетизма*. М.: Мир, 1967.
8. Кубо Р. *Статистическая механика*. М.: Мир, 1967.
9. Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. *Солитоны и нелинейные волновые уравнения*. М. Мир, 1988. Глава 7.
10. Раджараман Р. *Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля*. М.: Мир, 1985. Глава 2, 3.
11. Ашкрофт Н., Мермин Н. *Физика твердого тела*. М.: Мир, 1979. Т.2, Главы 31–33.
12. Вонсовский С.В. *Магнетизм*. М.: Наука, 1971.

9. Сверхпроводимость

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Статистическая физика. Ч.2*. М.: Наука, 1978. Глава 5.
2. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. *Физическая кинетика*. М.: Наука, 1979. Глава 11.
3. Киттель Ч. *Квантовая теория твердых тел*. М.: Наука, 1967. Глава 8.
4. Харрисон У. *Теория твердого тела*. М.: Мир, 1972. Глава 5.
5. Займан Дж. *Принципы теории твердого тела*. М.: Мир, 1974. Глава 11.
6. Шриффер Дж. *Теория сверхпроводимости*. М.: Мир, 1970.
7. Тилли Д.Р., Тилли Дж. *Сверхтекучесть и сверхпроводимость*. М.: Мир, 1977.
8. Де Жен П. *Сверхпроводимость металлов и сплавов*. М.: Мир, 1968.
9. Шмидт В.В. *Введение в физику сверхпроводников*. М.: Наука, 1982; М.: МЦНМО, 2000.
10. Маделунг О. *Теория твердого тела*. М.: Наука, 1980

10. Резонансные явления

1. Киттель Ч. *Квантовая теория твердых тел*. М.: Наука, 1967. Главы 11, 14, 16, 20.
2. Давыдов А.С. *Теория твердого тела*. М.: Наука, 1976. Глава 6.

11. Кооперативные явления в твердых телах

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Статистическая физика. Ч.1*. М.: Наука, 1976. Глава 14.
2. Кубо Р. *Статистическая механика*. М.: Мир, 1967. Глава 5
3. *Задачи по термодинамике и статистической физики*. Под ред. Ландсберга П. М.: Мир, 1974, Глава 12.
4. Керзон Хуанг, *Статистическая механика*. М.: Мир, 1966. Глава 16.
5. Харрисон У. *Теория твердого тела*. М.: Мир, 1972. Глава 5.
6. Займан Дж. *Принципы теории твердого тела*. М.: Мир, 1974. Глава 10.
7. Маттис Д. *Теория магнетизма*. М.: Мир, 1967.
8. Ф. Дайсон, Э. Монтролл, М. Кац, М. Фишер. *Устойчивость и фазовые переходы*. М.: Мир, 1973.
9. Стенли Г. *Фазовые переходы и критические явления*. М.: Мир, 1973.
10. Ма Ш. *Современная теория критических явлений*. М.: Мир, 1980.
11. Паташинский А.З., Покровский В.Л. *Флуктуационная теория фазовых переходов*. М.: Наука, 1982.

Некоторые постоянные

Константы	Значение	ед. СИ	ед. СГС
Заряд электрона	e	$1,60219 \cdot 10^{-19}$ Кл	
			10^{-10}
Масса электрона	m_e	$9,1095 \cdot 10^{-31}$ кг	10^{-28} г
Масса протона	m_p	$1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг	10^{-24} г
Магнетон Бора	μ_B	$9,2741 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл	10^{-21} эрг/Гс
Постоянная Планка	\hbar	$1,05459 \cdot 10^{-34}$ Дж·с	10^{-27} эрг·с
Скорость света	c	$2,997925 \cdot 10^8$ м/с	10^{10} см/с
Радиус Бора	a_B	$5,29177 \cdot 10^{-11}$ м	10^{-9} см
Постоянная Больцмана	k_B	$1,3807 \cdot 10^{-23}$ Дж/К	10^{-16} эрг/К
Число Авогадро	N_A	$6,022 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹	10^{23} моль ⁻¹
Газовая постоянная	R	$8,314$ Дж/моль·К	10^7 эрг/моль·К

Энергия, отвечающая 1 эВ,	$1,602 \cdot 10^{-12}$ эрг.
Температура, отвечающая 1 эВ,	11 604 К.
Частота, отвечающая 1 эВ,	$2,418 \cdot 10^{14}$ Гц.
Волновое число, отвечающее 1 эВ,	$8,066 \cdot 10^4$ см ⁻¹ .
Длина волны в фотона с энергией 1 эВ,	$1,239 \cdot 10^{-4}$ см.
Ионизационный потенциал водорода	13,592 эВ.
1 Ангстрем (Å)	10^{-8} см.

Параметры, характеризующие зонную структуру и проводимость чистых германия и кремния

Параметры при $T = 300$ К	Ge	Si	Ед. изм	
Собственная проводимость, σ	2,2	$1,6 \cdot 10^{-3}$	Ом ⁻¹ м ⁻¹	
Подвижность электронов, μ_n	0,38	0,17	м ² В ⁻¹ с ⁻¹	
Подвижность дырок, μ_p	0,18	0,035	м ² В ⁻¹ с ⁻¹	
Ширина запрещенной зоны E_g ,	$T = 300$ К	0,665	1,08	эВ
	$T = 0$ К	0,75	1,21	эВ
темп. коэффициент, $\alpha = -dE_g/dt$	$3,9 \cdot 10^{-4}$	$2,84 \cdot 10^{-4}$	эВ/К	
Концентрация собств. носителей, n_i	$2,4 \cdot 10^{19}$	$1,4 \cdot 10^{16}$	м ⁻³	
Диэлектрическая проницаемость, ϵ	15,8	11,7		

	Эффективные массы в единицах m_e							
	$m_{n }$	$m_{n\perp}$	m_n^*	m_c^*	$m_p^{\text{л}}$	$m_p^{\text{т}}$	m_p^*	m_v^*
Ge	1,64	0,082	0,12	0,56	0,042	0,34	0,075	0,37
Si	0,98	0,19	0,26	1,08	0,16	0,52	0,24	0,59

$m_p^{\text{л}}$ — подзона легких дырок, $m_p^{\text{т}}$ — подзона тяжелых дырок

Некоторые полезные формулы

Формула Стирлинга ($N \gg 1$)

$$N! \approx (N/e)^N \sqrt{2\pi N}$$

$$\ln N! \approx N \ln N - N$$

Часто встречающиеся интегралы

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax^2 \pm bx) dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp(b^2/4a), \quad a > 0.$$

$$\int_0^{\infty} \exp\left(-ax^2 - \frac{b}{x^2}\right) dx = \sqrt{\frac{\pi}{4a}} \exp(-2\sqrt{ab}), \quad a, b > 0.$$

$$\int_0^{\infty} x^k \exp(-bx^m) dx = \frac{1}{m} \Gamma\left(\frac{k+1}{m}\right) b^{-\frac{k+1}{m}}, \quad k, m, p > 0.$$

Свойства гамма-функции

$$\Gamma(n+1) = n!,$$

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z), \quad \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi},$$

$$\Gamma(nz) = \frac{n^{nz-1/2}}{(2\pi)^{(n-1)/2}} \prod_{k=0}^{n-1} \Gamma\left(z + \frac{k}{n}\right).$$

